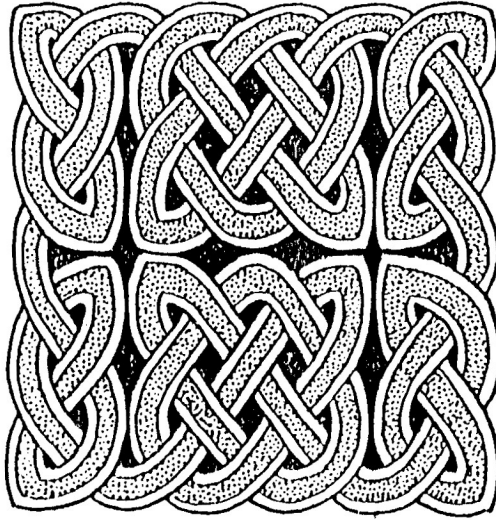


Capítulo 4
BREVE EXCURSÃO PARA OUTROS CONTINENTES



[G. Bain, 1951, p. 45]

Figura 4.1

4.1 Padrões-de-nó dos Celtas

Artesãos no seio dos Celtas (Ilhas Britânicas), em particular os da escola Píctica, costumavam ornamentar pedras, joalheria e os rebordos das páginas de livros com padrões compostos de diversos nós. A Figura 4.1 apresenta um exemplo. George Bain (1951) reconstruiu os métodos de construção de vários tipos destes padrões-de-nó.¹ Muitos têm a sua origem em fitas trançadas que são transformadas, eliminando alguns pontos de intersecção (cf. Vol. 2). A Figura 4.2 apresenta um exemplo duma tal transformação.

¹ Cf. I. Bain, 1986.

The Methods of Construction for Simple Celtic Knotwork Panels. (Pictish School.)

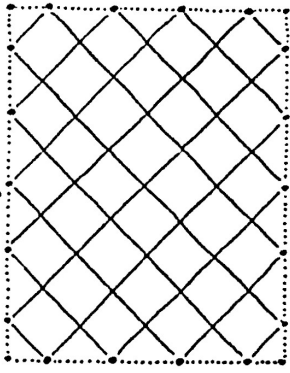
In Pictish Panels, the proportion of the lay-out is not rectangular, it is lozenge \diamond or \diamond 1 by $\frac{3}{4}$.

George Bain -

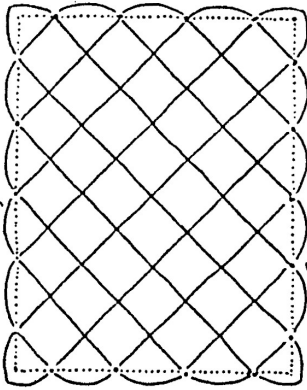
Stage I.

- Numbers with no common factor produce an endless line when used with half-sizes at the four corners. Example, Top and bottom, 4 and 2 halves, Sides, 3 and 2 halves.
- Eoghan Carmichael, son of Dr. A. Carmichael, first discovered that the Pictish artists used this method to produce a continuous line.
- J. Ramilly Allen first discovered that knotwork was based on Plaiting.
- It took him 20 years research to do this.

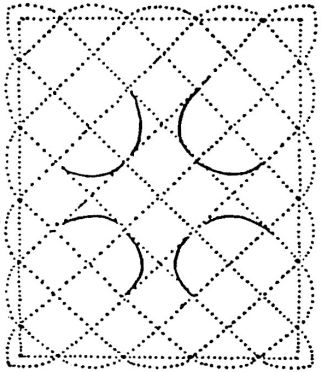
Stage II.



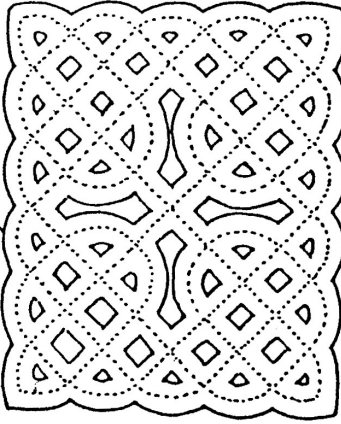
Stage III.



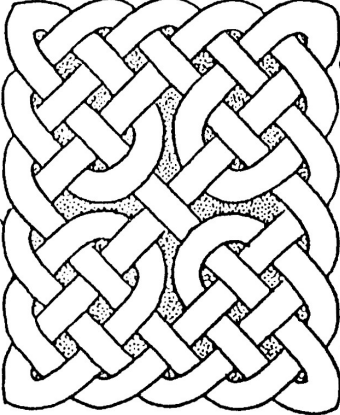
Stage IV.



Stage V.



Stage VI.



Platel.

The Pictish Proportions 1 by $\frac{3}{4}$ are not used in this example (for simplification to beginners).

[G. Bain, 1951, p. 45]

Figura 4.2

O padrão monolinear final (VI) com dois eixos de simetria perpendiculares é o resultado duma transformação dum fita trançada da classe A de dimensões 5x6, em que se eliminaram quatro pontos de intersecção. Se a tentativa de reconstrução por George Bain fosse correcta, como supomos, então poderíamos conjecturar que os artesões célticos desenhavam os padrões-de-nó primeiramente como linhas normais que se intersectam, e só depois representavam os padrões como nós, entrelaçando-os “por cima – por baixo”. Neste processo, determinadas regras de transformação podem ter sido descobertas.

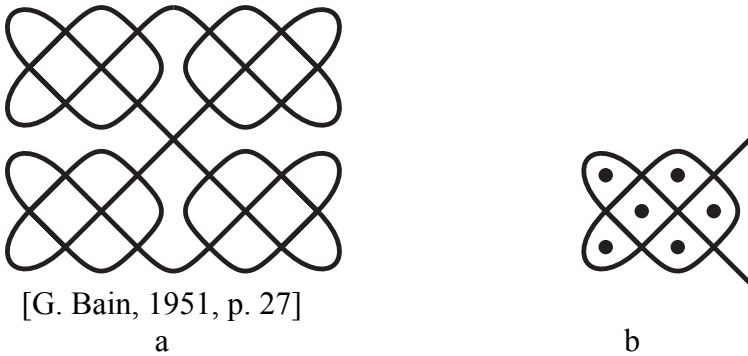
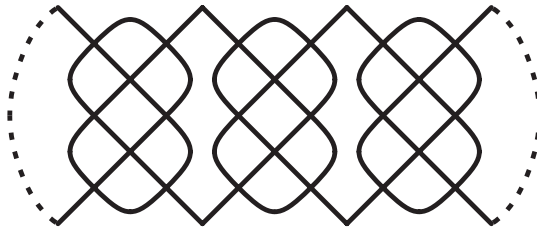
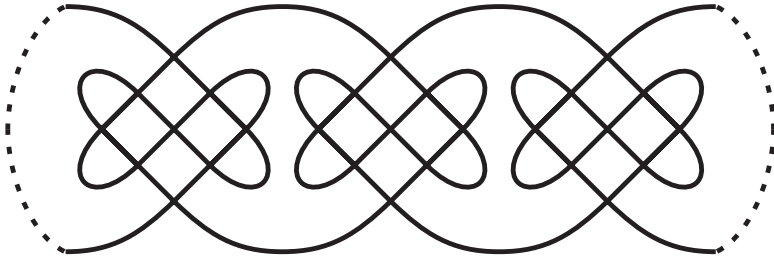


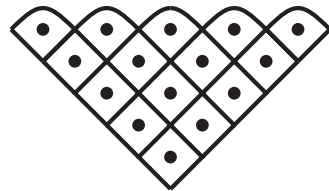
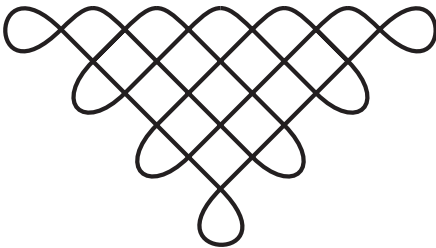
Figura 4.3

Nem todos os padrões-de-nó célticos podem ser construídos imediatamente a partir de fitas trançadas pelo referido método de Bain. Em alguns casos parece-nos que os padrões-de-nó foram gerados por um encadeamento sistemático de elementos monolineares. A Figura 4.3 apresenta esquematicamente um exemplo onde o padrão-de-nó é composto por elementos de fita trançada da classe B. Do mesmo modo, a Figura 4.4 fornece dois exemplos em que se juntaram elementos de fita trançada das classes A e D, respectivamente. Isto leva-nos a crer que os inventores célticos tenham conhecido determinadas regras de encadeamento de padrões monolineares, tal como os “*akwa kuta sona*” (cf. Vol. 1, Cap. 6).

O padrão na Figura 4.5a não corresponde a uma fita trançada. Tal como vimos no caso de sona comparáveis (cf. Vol. 1, Cap. 5), supomos que também aqui se juntou somente no fim a “ornamentação” dos catetos do “triângulo” (vide a Figura 4.5b), escolhendo os laços de tal modo que se gerasse um padrão monolinear.



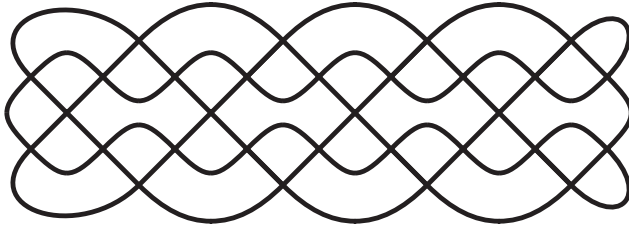
[Jones, 1856, Folha LXIV, nº 1 e 2]
 Figura 4.4



[Jones, 1856, Folha LXIV, nº 9]
 Figura 4.5

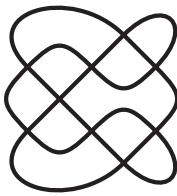
Noutros casos quer-nos parecer que os padrões-de-nó constituem extensões, conscientemente construídas, de padrões monolineares já inventados. No caso do padrão na Figura 4.6, trata-se do quinto elemento (A_5) duma série de padrões que satisfazem o mesmo algoritmo geométrico. A Figura 4.7 mostra A_1 , A_2 e A_3 , respectivamente.

No caso do padrão com simetria dupla, apresentado na Figura 4.8, estamos perante o quarto elemento (B_4) duma série de padrões. Nota-se que nesta série o segundo elemento é trilinear e não monolinear (vide a Figura 4.9).

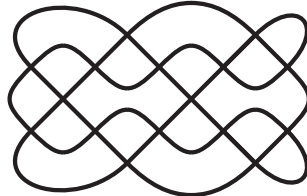


[Jones, 1856, Folha LXIV, nº 10]

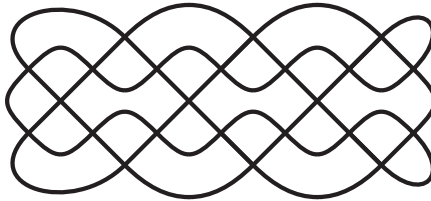
Figura 4.6



A_1



A_2

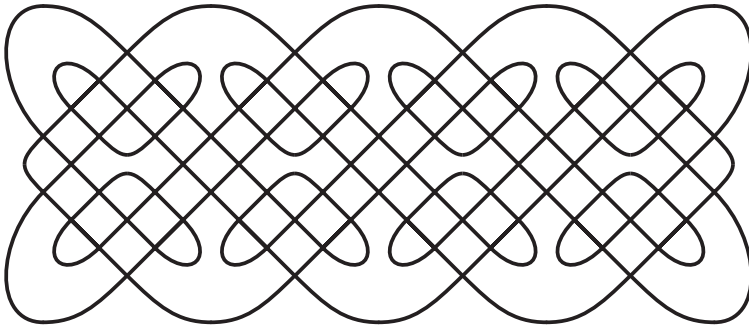


A_3

Figura 4.7

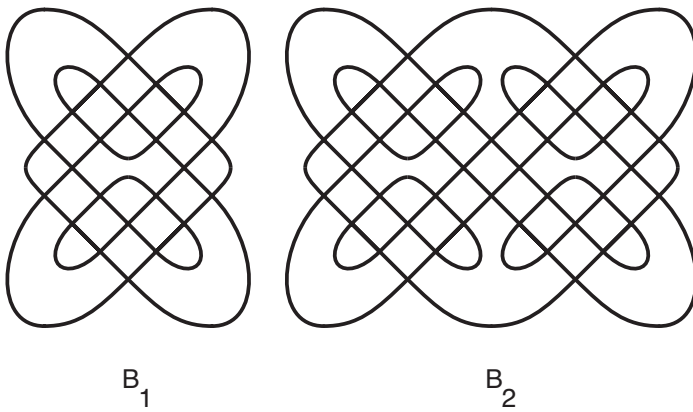
Seria interessante continuar a investigar a tradição de ornamentação dos Celtas no que diz respeito a conhecimentos aritméticos, geométricos e gráficos nela ocultos.²

² Cromwell (1993) avançou com um estudo sobre simetria nos padrões-de-nó célticos, em particular, do ponto de vista da teoria de padrões-de-fita.



[Jones, 1856, Folha LXIV, nº 3]

Figura 4.8



B_1

B_2

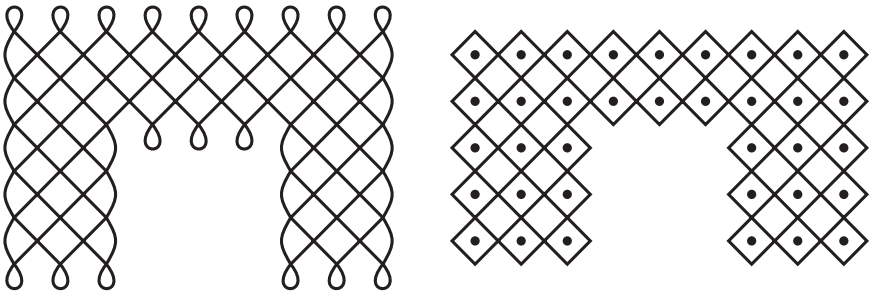
Figura 4.9

4.2 Desenhos na areia nas Ilhas Vanuatu

No Volume 1 apresentámos um desenho na areia (Figura 288), proveniente da Ilha de Malekula em Vanuatu (anteriormente Novas Hébridias) na Oceânia, cujo algoritmo era o mesmo que o dum *lusona*. Nos anos 1926 e 1927, Deacon (1934) recolheu 118 desenhos. Tal como no caso dos sona, os mais difíceis eram executados por homens, especialistas em desenho, que os utilizavam como ilustrações. Eles transmitiam o seu conhecimento a um ou mais filhos. Em geral, gozavam de preferência desenhos numa linha contínua e suave e/ou simétricos. A execução tinha de ser rápida e qualquer paragem no meio era considerada uma imperfeição. Para facilitar a sua execução, os mestres de desenho costumavam marcar primeiramente um

referencial composto por uma rede de quadrados ou por uma rede de pontos. A maioria dos desenhos constituem representações de plantas, pássaros, peixes e outros animais. Recentemente Ascher (1988, 1991) e Nissen (1988) analisaram aspectos da matemática dos desenhos tradicionais das Ilhas Vanuatu.³ A título comparativo apresentaremos aqui apenas alguns exemplos desta rica tradição de desenho.

Nota-se a presença de padrões-de-fita-trançada monolinesares, tanto na forma de Figuras completas como na forma de partes de Figuras mais complicadas. Da classe A observámos padrões de dimensões de 6×5 (Deacon, Fig. 89) e de 5×3 (Nissen, Fig. 1).



[Deacon, 1934, Figura 63]

a

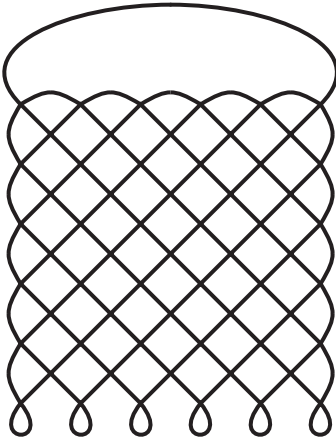
b

Figura 4.10

Na base do desenho ilustrado na Figura 4.10a, encontra-se uma união de três padrões-de-fita-trançada de classe A de dimensões 2×9 , 3×3 e 3×3 (vide a Figura 4.10b). Será que o seu inventor sabia que “colando” padrões-de-fita-trançada da classe A de dimensões $n \times n$ (neste caso 3×3) a um padrão-de-fita-trançada monolinear da mesma classe, se mantinha a monolinearidade? (Compare a quinta regra de encadeamento analisada no Vol. 1, Cap. 7)

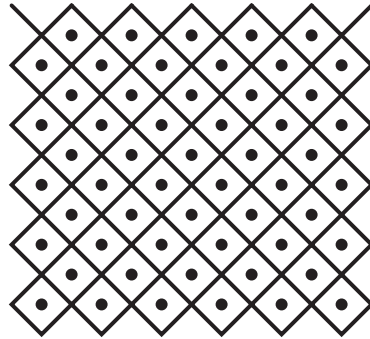
Na base do desenho ilustrado na Figura 4.11a encontra-se um padrão-de-fita-trançada da classe B: $f_1=f_2=5$, $c_1=6$, $c_2=5$ (vide a Figura 4.11b).

³ Struik (1948) foi provavelmente o primeiro historiador da Matemática a chamar atenção para a Geometria dos desenhos das Ilhas Vanuatu.



[Deacon, 1934, Figura 81]

a

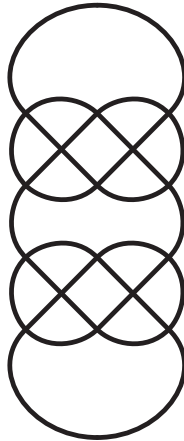


b

Figura 4.11

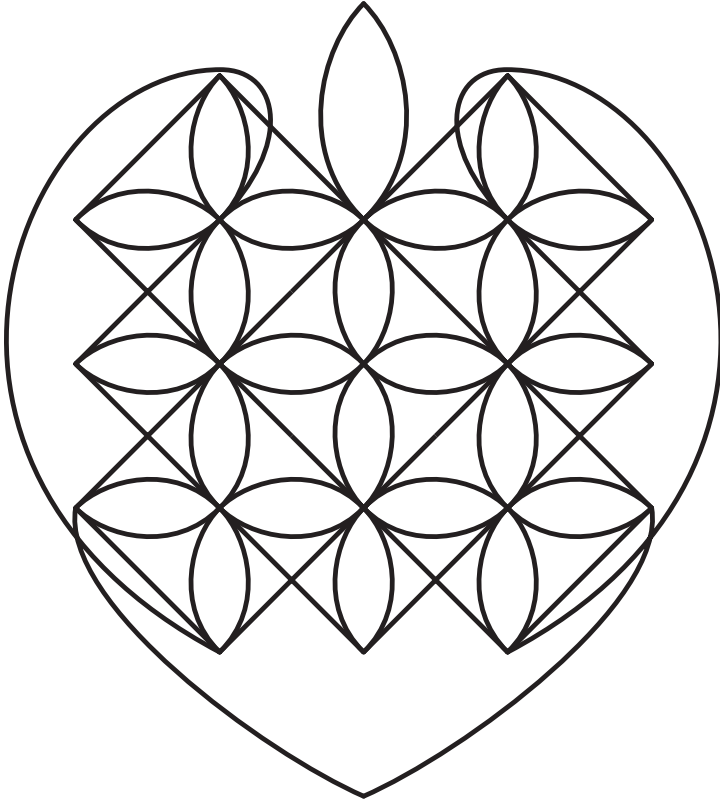
No desenho apresentado na Figura 4.12 encadearam-se dois padrões-de-fita-trançada da classe D: $f_1=1$, $f_2=2$, $c_1=3$, $c_2=2$ (cf. o *lusona* ilustrado no Vol. 1, Fig. 238).

Na Figura 4.13 dá um exemplo dum desenho Figurativo monolinear, representando o coração.



[Deacon, 1934, Figura 52]

Figura 4.12



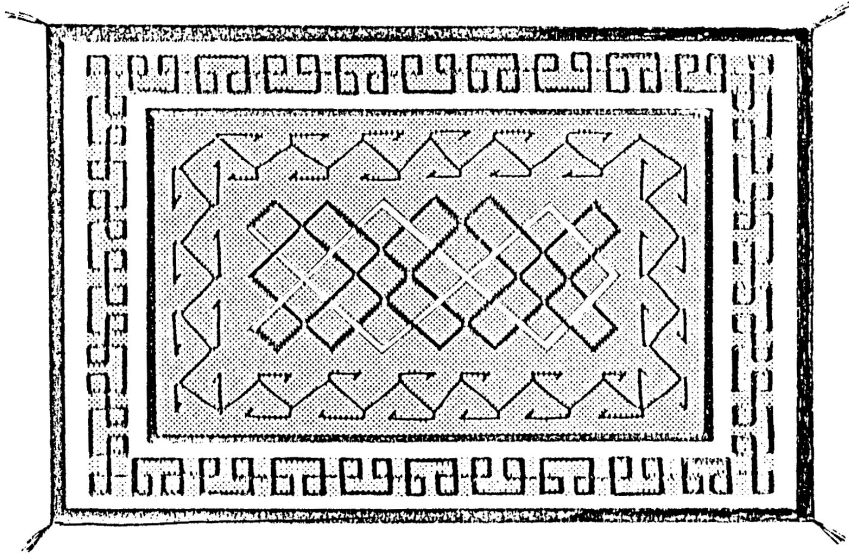
[Deacon, 1934, Figura 44]

Figura 4.13

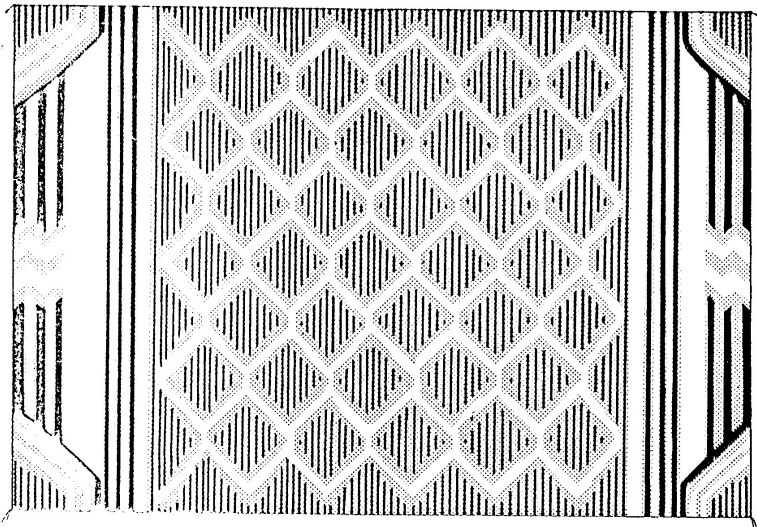
4.3 Sobre padrões monolineares no seio de índios norte-americanos

No seio dos índios Navaho (ou Navajo) no Arizona e Nova México existe uma tradição bem conhecida de desenho e pintura na areia. Os desenhos produzidos no século 20 que vimos nas publicações de Foster, Reishard e Newcomb, e Nailor (1975, p. 208-216) são abstracto-Figurativos. No entanto, alguns motivos que aparecem em produtos de artesanato mais antigo, deixam-nos supor que, no passado, pode ter havido uma tradição de desenhos (na areia) abstracto-geométricos. A Figura 4.14 mostra um pequeno tapete Navaho, fabricado por volta de 1930. No centro observa-se um padrão-de-fita-trançada monolinear da classe A de dimensões 3×7. A distinção entre as duas cores presente neste padrão torna bem visível o algoritmo geométrico envolvido. A sua aparência num tapete pressupõe que o

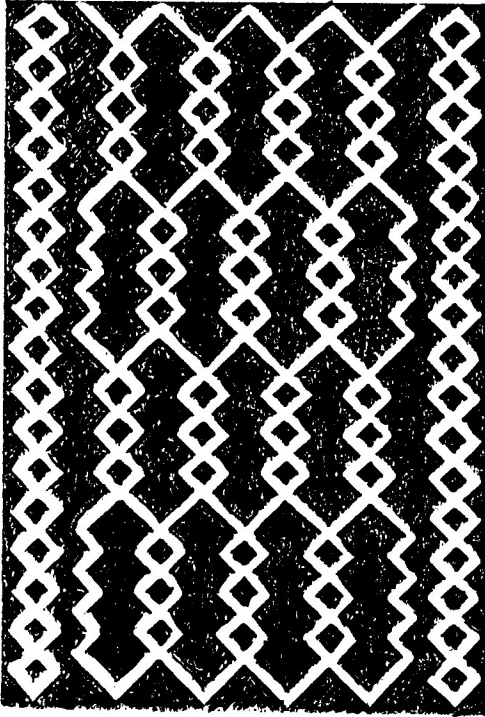
artesão já sabia, duma maneira ou doutra, que com estas dimensões se obtém, de facto, um padrão monolinear. A ornamentação do rebordo é igualmente constituído por um motivo monolinear com simetria dupla.



[Wilson, 1984, Folha 33]
Figura 4.14



Wilson, 1984, Folha 30]
Figura 4.15



Wilson, 1984, Folha 41]
 Figura 4.16

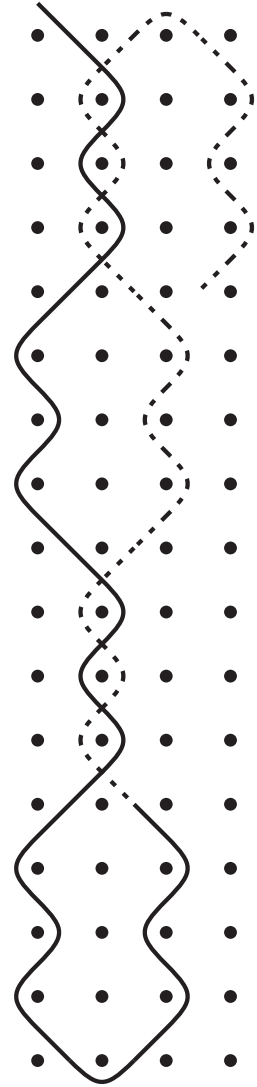


Figura 4.17

Uma cobertura Navaho no estilo clássico do século 19 apresenta-se na Figura 4.15. O padrão central pertence à classe B dos padrões-de-fita-trançada. As dimensões ($f_1=4$, $f_2=3$, $c_1=c_2=5$) tinham sido escolhidas de tal modo que o padrão seja monolinear. Mais uma vez isto pressupõe um conhecimento de, e uma experimentação com tais padrões. E esta experimentação é mais fácil se se desenhar as linhas do que quando se trançar a fita.

Na Figura 4.16 apresenta-se um padrão de uma cinta de índios da região dos Grandes Lagos. Data do século 18 ou 19. No rebordo, tanto à esquerda como à direita, vê-se um padrão monolinear simples e fechado. A parte central é composta por uma única linha aberta, cujo algoritmo de construção se ilustra na Figura 4.17. Pode ser que o algoritmo tenha a sua origem numa técnica de fabrico de redes de pesca. Quando se continua a execução do algoritmo no sentido contrário (cf. o exemplo do algoritmo do *lusona* “estômago de leão”, Vol. 1, Fig. 124), obtém-se um motivo fechado (vide a Figura 4.18), constituindo um padrão-de-espelho regular (cf. Vol. 2, Cap. 5).

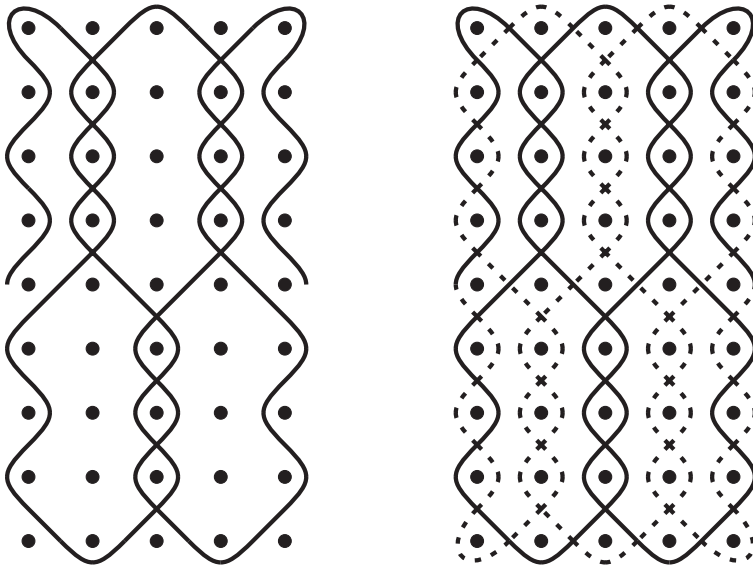
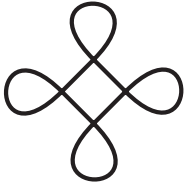


Figura 4.18

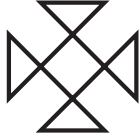
Parece-nos interessante procurar mais possíveis vestígios de pensamento algorítmico e da presença de valores como o da monolinearidade na tradição de desenhos (na areia) e de artefactos dos índios das Américas.⁴

⁴ Num pequeno artigo recente Morales sugere a existência de padrões-de-fita-trançada em mosaicos dos Maya (1993).

Capítulo 5
REGRESSO A ÁFRICA



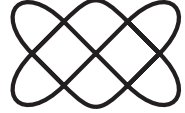
a



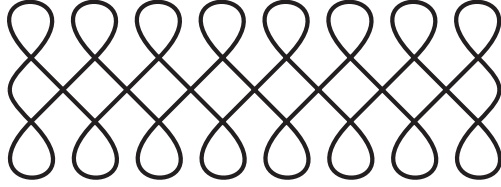
b



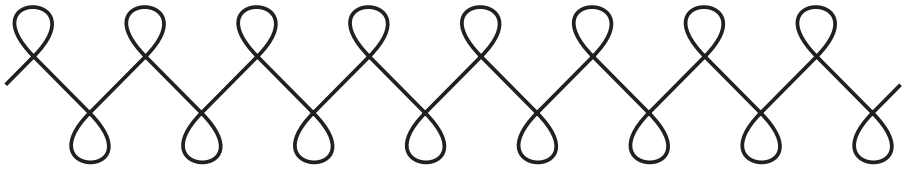
c



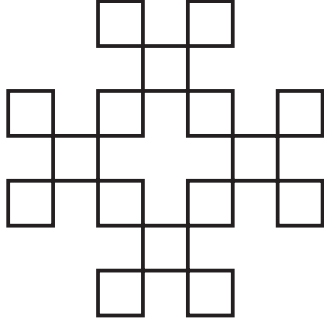
d



e



f

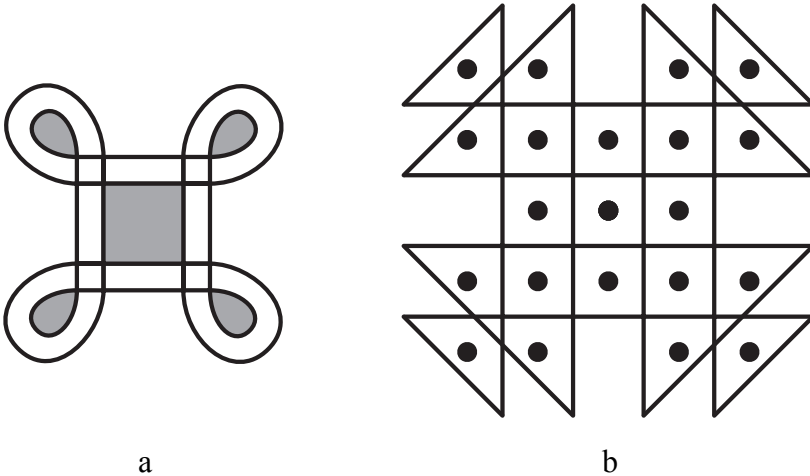


g

[Baumann, 1929, p. 61]

Figura 5.1

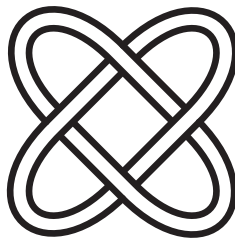
Segundo Baumann (1929, p. 61), os padrões ilustrados na Figura 5.1 são “tipicamente africanos”, e podem ser encontrados em diversas partes do continente. Já encontramos os padrões relacionados 5.1a e 5.1b entre os Cokwe e os (Ba)Kuba (cf. Vol. 1, Figuras 59, 70 e 317). A Figura 5.2 apresenta duas variações em que estes motivos se repetem. Nesta forma aparecem em roupa da etnia Haussa (Nigéria). A Figura 1c constitui um padrão-de-fita-trançada da classe A. Aparece, por exemplo, bordada numa túnica do Benin (cf. Prussin, p. 91).



[Baumann, 1929, p. 135]

Figura 5.2

Encontrámo-la também na forma ilustrada na Figura 5.3 como um dos carimbos *adinkra* com os quais se decoram têxteis no Gana: representa o “nó dum sábio”.

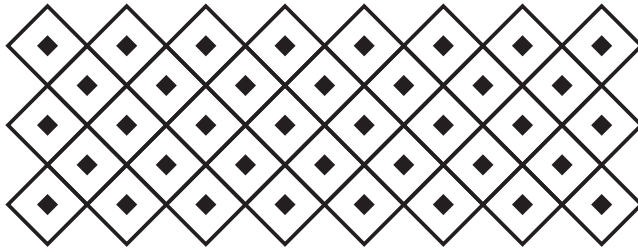


[Prussin, 1986, p. 241]

Figura 5.3

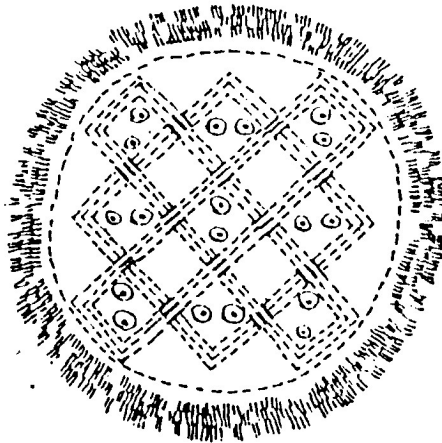
A Figura 5.1d é um padrão-de-fita-trançada da classe A de dimensões 2×3 . Encontrámo-la elaborada de diversas maneiras nos

sona ilustrados na Figura 37 do Vol. 1. Da mesma classe são diversos padrões bordados em túnicas do Mali (dimensões 7×3, 6×3, 6×2; cf. as figuras em Prussin, p. 92), esculpidos em portas e vários outros objectos de madeira e de outros materiais entre os Yoruba na Nigéria (2×5, 4×5, 2×11 [Baumann, p. 127]; 4×5, 4×4, 2×7, 4×6, 6×7, 2×3, 2×17 [Denyer, p. 89]; 2×2, bronze [Millon, p. 245]), esculpidos numa campainha de marfim do século XVI do reino do Benin (2×2, 2×3 [Millon, p.269]), feitos de missangas aplicadas em roupa (Yoruba, 4×9 [Millon, p. 238]), em tecidos de algodão no Burkina Fasso (3×8; vide a Figura 5.4), bordado como “quadrado mágico” em roupa de mulheres em Tombouctou no Mali (3×3; vide a Figura 5.5), aplicado num pente ornamentado com missangas dos Yao no Malawi (3×4, 3×3 [Carey, 1986, p. 29]).



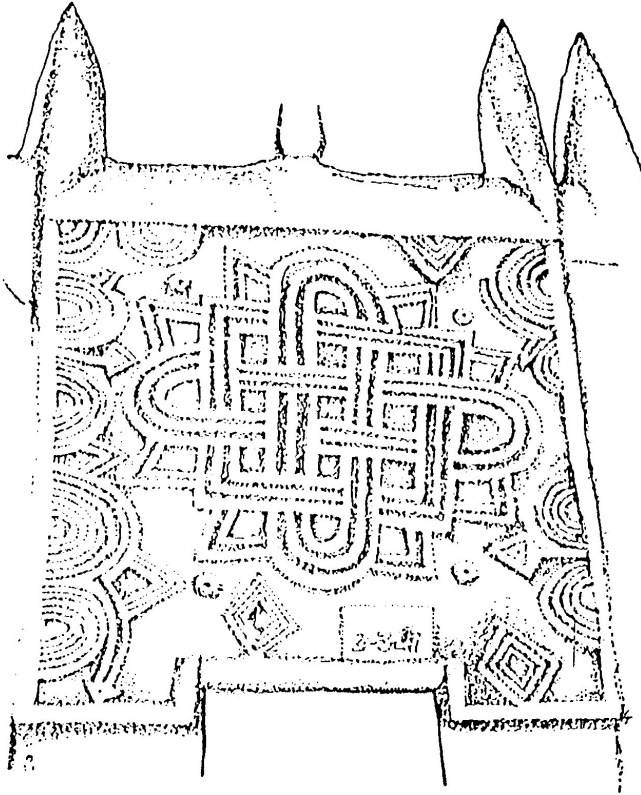
[Etienne-Nugue, 1982, p. 169]

Figura 5.4



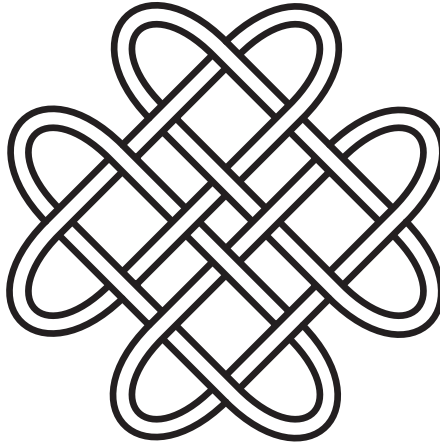
[Prussin, 1986, p. 147]

Figura 5.5



[Prussin, 1986, p. 222]
Figura 5.6

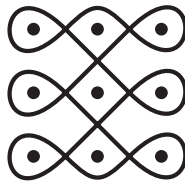
A Figura 5.6 mostra a ornamentação da fachada duma casa em Zinder no Níger, onde se nota a utilização dum padrão-de-fita-trançada de 3×3 (classe A). Padrões-de-fita-trançada encontram-se também, segundo Baumann (1929) nas regiões do Lago Tchad, dos rios Congo e Zambezi e na Somália. Segundo informação oral de N. Langdon (1988), crianças no Gana costumam desenhar padrões-de-fita-trançada na areia como passatempo. Na ornamentação das paredes observam-se também padrões-de-fita-trançada na Tanzânia (3×3) e entre os Venda na África do Sul ($2 \times n$, cf. Denyer, p. 121). A Figura 5.7 mostra um padrão-de-fita-trançada não-rectangular feito de missangas numa cadeira dos Yoruba.



[Carey, 1991, p. 28]

Figura 5.7

A Figura 5.1e tem semelhança com os sona ilustrados nas Figuras 66 e 69 (Vol. 1) Aparece esculpida em portas de madeira e em facas cerimoniais de marfim dos Yoruba (dimensões 5×3, 6×3 e 3×4; cf. Denyer, p. 89; 2×3, 3×3, cf. Figura 56 em Fagg & Pemberton). A Figura 5.8 mostra a variante 3×3 numa túnica dum guerreiro Fulbe (Senegal). Um outro padrão monolinear mais elaborado na mesma túnica apresenta-se na Figura 5.9.

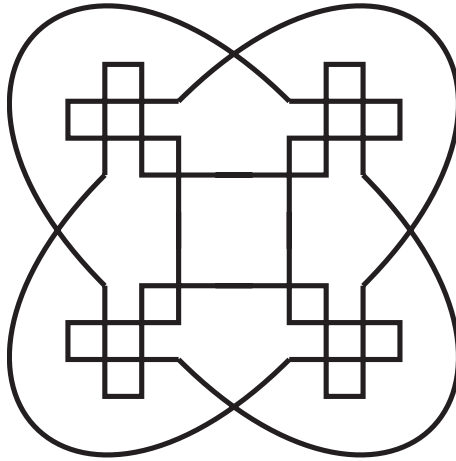


[Prussin, 1986, p. 90]

Figura 5.8

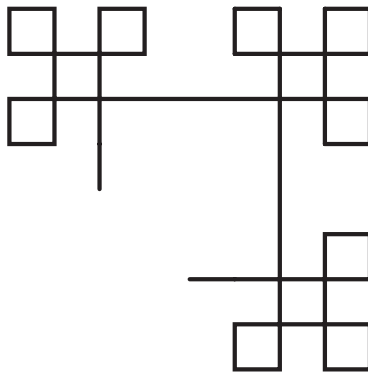
A Figura 5.1f pode ser vista esculpida em bronze num vaso do século XVI ou XVII e numa galinha dos meados do século XVI, ambos do Reino de Benin (Millon, p. 257, 265).

A Figura 5.10 ilustra uma parte dum padrão monolinear bordado num vestido da Serra Leoa. A Figura 5.1b reaparece na Figura 5.11. Trata-se de dois padrões sobrepostos (vide a Figura 5.12) que decoram túnicas provenientes da Etiópia.



[Prussin, 1986, p. 90]

Figura 5.9



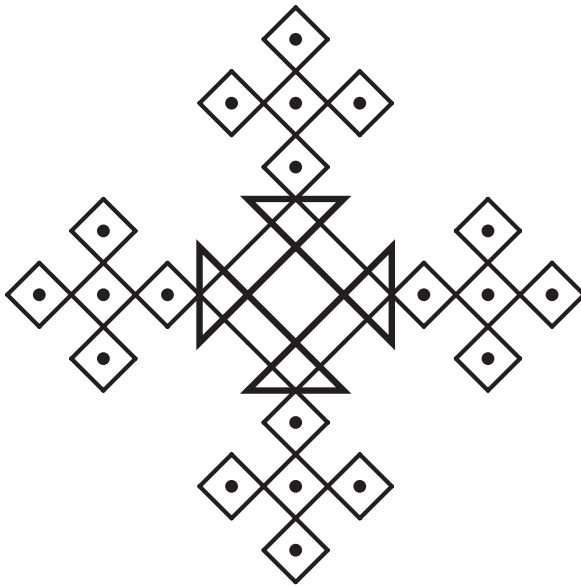
[Prussin, 1986, p. 92]

Figura 5.10

Além de padrões-de-fita-trançada, encadeados de diversas maneiras, encontramos padrões como os dois ilustrados na Figura 5.13, bordados em panos de Sokodé no Togo.

Pode-se constatar que, espalhadas por toda a África, se encontram tradições de utilização de padrões-de-fita-trançada e de outros motivos compostos por uma ou mais linhas construídas conforme determinados algoritmos geométricos – e neste sentido possivelmente mostrando certas semelhanças com os *sona*. Parece-me que estas tradições merecem ser estudadas e valorizadas artística,

educacional e cientificamente. Que a trilogia *Geometria Sona* possa constituir um estímulo para tais estudos!



[Leib, 1993, p. 32]
Figura 5.11

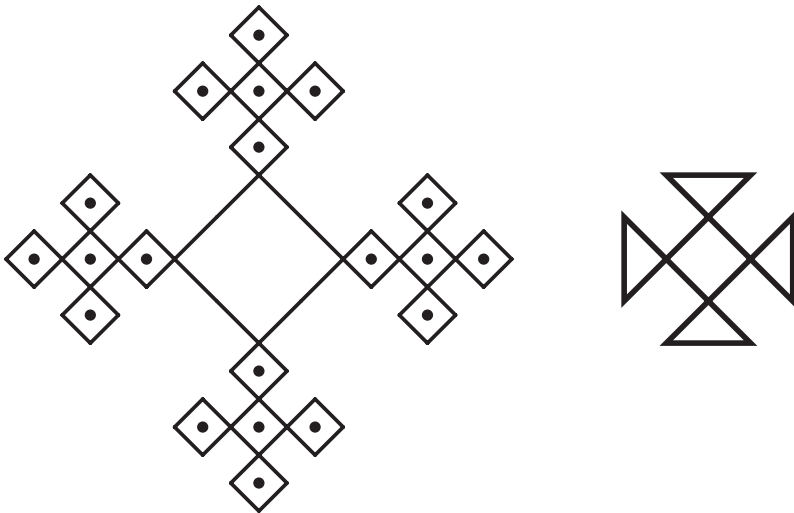
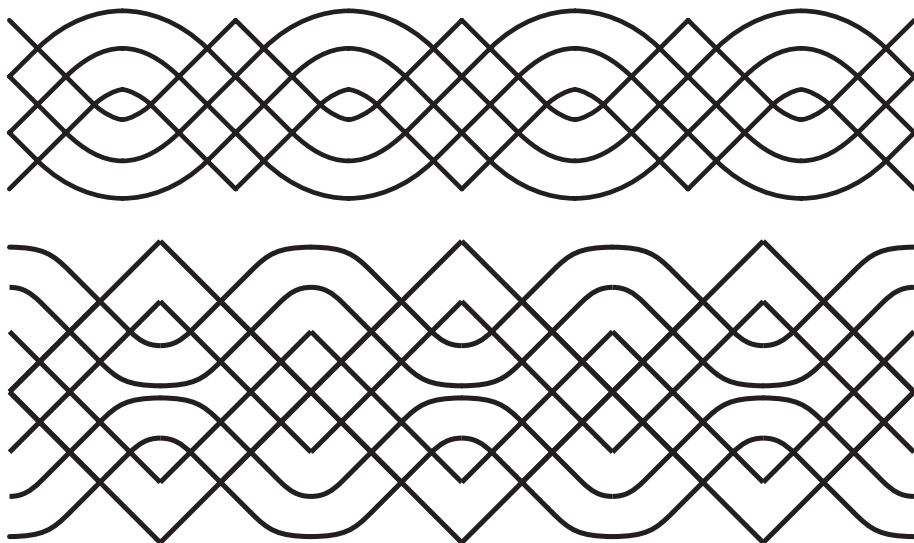


Figura 5.12



[Etienne-Nugue, 1992, p. 183]
Figura 5.13

Bibliografia

- Baumann, Hermann (1929): *Afrikanische Kunstgewerbe*, in: H. Bossert (dir.), *Geschichte des Kunstgewerbes aller Zeiten und Völker*, Berlin, Vol. 2, 51-148.
- Carey, Margret (1986): *Beads and Beadwork of East and South Africa*, Shire, Buckinghamshire.
- Carey, Margret (1991): *Beads and Beadwork of West and Central Africa*, Shire, Buckinghamshire.
- Denyer, Susan (1978): *African traditional architecture*, Heinemann, Londres.
- Etienne-Nugue, Jocelyne (1982): *Artisanats traditionnels en Afrique Noire: Haute-Volta*, Institut Culturel Africain, Dakar.
- Etienne-Nugue, Jocelyne (1992): *Artisanats traditionnels en Afrique Noire: Togo*, Institut Culturel Africain, Dakar.
- Fagg, William & Pemberton, John (1984): *Yoruba: sculpture of West Africa*, Collins, Londres.