

Capítulo 3

SOBRE ALGUNS ALGORITMOS GEOMÉTRICOS NA ÍNDIA

Neste capítulo analisaremos alguns desenhos de soleira tradicionais e desenhos chamados *kolam* da Índia. O capítulo é composto por duas partes. Na primeira parte reproduz-se um artigo publicado em 1989,¹ em que se investigarão desenhos de soleira Tamil relatados por Layard (1937) que não satisfazem o tradicional ideal cultural da monolinearidade. Apresentar-se-á a hipótese de que estes padrões são versões “degradadas” de padrões originalmente monolineares. As possíveis versões originais são reconstruídas e o seu potencial matemático é explorado. Na segunda parte analisar-se-ão desenhos *kolam* e comparar-se-ão os resultados com as hipóteses formuladas na primeira parte.

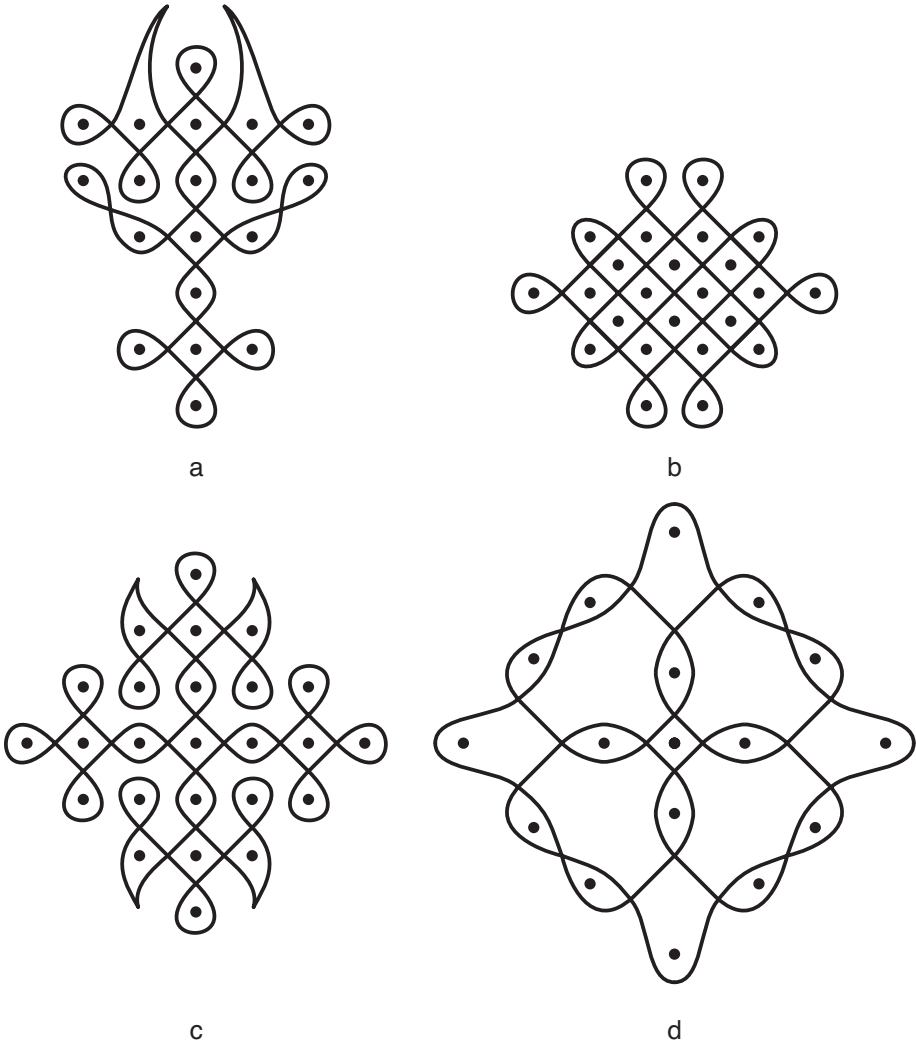
3.1 Reconstrução e extensão de simetrias perdidas: exemplos dos Tamil do Sul da Índia

Introdução: desenhos de soleira Tamil

Durante o mês das colheitas de Margali (de meados de Dezembro a meados de Janeiro), as mulheres Tamil no sul da Índia costumavam fazer desenhos na frente das soleiras das suas casas, todas as manhãs. Margali é o mês no qual é suposto ocorrerem toda uma

¹ A secção 3.1 foi originalmente escrita em Inglês e publicada na revista internacional *Computers & Mathematics with Applications*” (Vol. 17, p. 791-813, Oxford / Nova Iorque, 1989), traduzida por Joaquina Silva, docente do Departamento de Matemática na Delegação do Instituto Superior Pedagógico na Cidade da Beira, Moçambique

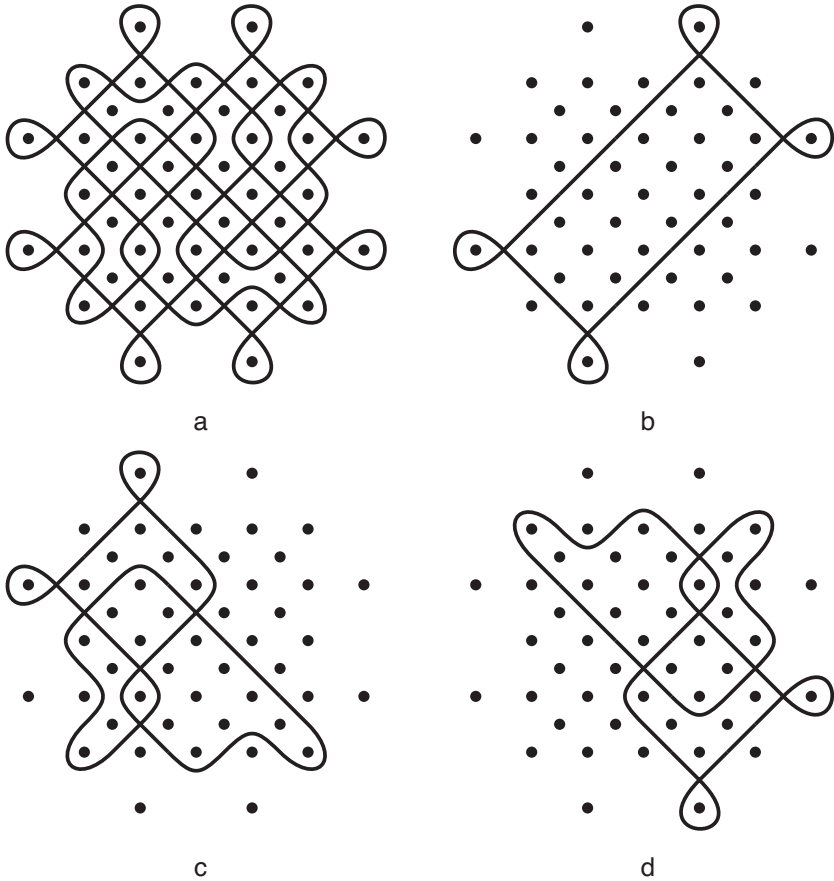
espécie de epidemias. Os desenhos têm o propósito de apaziguar o deus Siva que preside aos destinos durante o mês de Margali.



[Layard, 1937, p. 137]
Figura 3.1

Para preparar os seus desenhos as mulheres varrem um pequeno espaço com cerca de uma jarda quadrada e borrifam-no com água ou untam-no com estrume de vaca. Sobre a superfície limpa, humedecida, colocam uma rede rectangular de referênciã com pontos equidistantes. Então a(s) curva(s) que forma(m) o desenho é (são) feita(s) segurando

farinha de arroz entre os dedos e, com um leve movimento destes, deixam-na cair numa linha fechada, suave, à medida que a mão é movida nas direcções desejadas. As curvas são desenhadas de tal maneira que rodeiam os pontos sem os tocar. “O desenho ideal é composto por uma *única linha contínua*” (Layard, p. 123). Por outras palavras, monolinearidade constituía o ideal.



[Layard, 1937, p. 132]
 Figura 3.2

A Figura 3.1 mostra exemplos de desenhos que exibem uma (a), duas (b, c) ou quatro (d) simetrias bilaterais. Contudo existem outros desenhos tradicionais de soleiras que não se conformam com as normas Tamil, sendo compostos por dois, três ou mais caminhos fechados sobrepostos. A Figura 3.2a mostra um exemplo, feito com

três linhas fechadas separadas (Figura 3.2b, c, d). De acordo com Layard, estes desenhos “representam de uma maneira clara um espírito de desenvolvimento artístico, ... mas são *tecnologicamente degradados*” (Layard, 1937, p. 149). São “imitações”; podem apenas dar a impressão de terem sido compostos por uma única curva “que nunca termina”. Residirá a “degradação” realmente no fracasso de criar padrões monolineares mais intrincados?

Nesta secção (3.1) será apresentada uma hipótese alternativa: muitos dos padrões formados por uma “pluralidade de linhas que nunca terminam”, analisados por Layard, podem ser versões degradadas de figuras que originalmente eram compostas por uma única linha fechada.

Análise e reconstrução de um desenho “pavitram”

Os nomes dados a desenhos formados por uma única linha “que nunca termina” são normalmente *pavitram*, que significa anel e *Brahma-mudi* ou nó de Brahma. “O objectivo dos pavitram é afugentar gigantes, espíritos do mal ou demónios” (Layard, p. 138). Não é estranho que o desenho na Figura 3.2a, embora composto de três caminhos fechados sobrepostos, mesmo assim seja chamado *pavitram*? Será possível construir um desenho semelhante ao da Figura 3.2a mas feito de uma única linha?

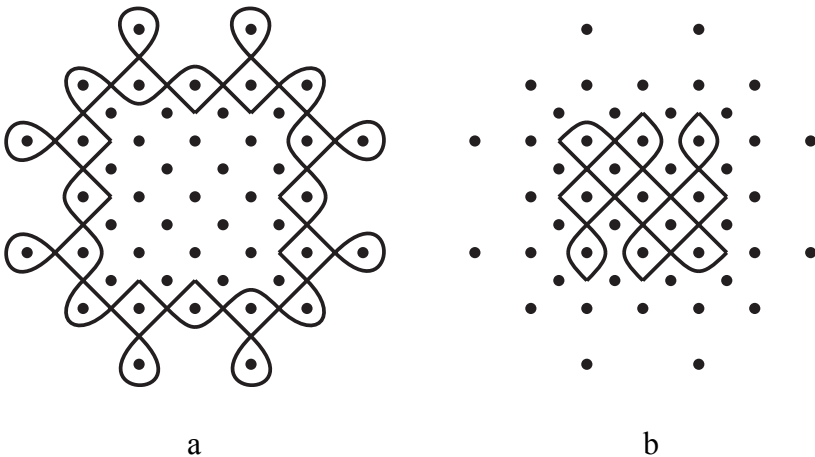


Figura 3.3

Por um lado, a parte exterior do desenho exibe uma simetria rotacional de 90° (vide a Figura 3.3a), mas, por outro lado, a parte interior exibe só uma simetria rotacional de 180° (vide a Figura 3.3b). Como podemos remover esta inconsistência entre as partes interna e externa?

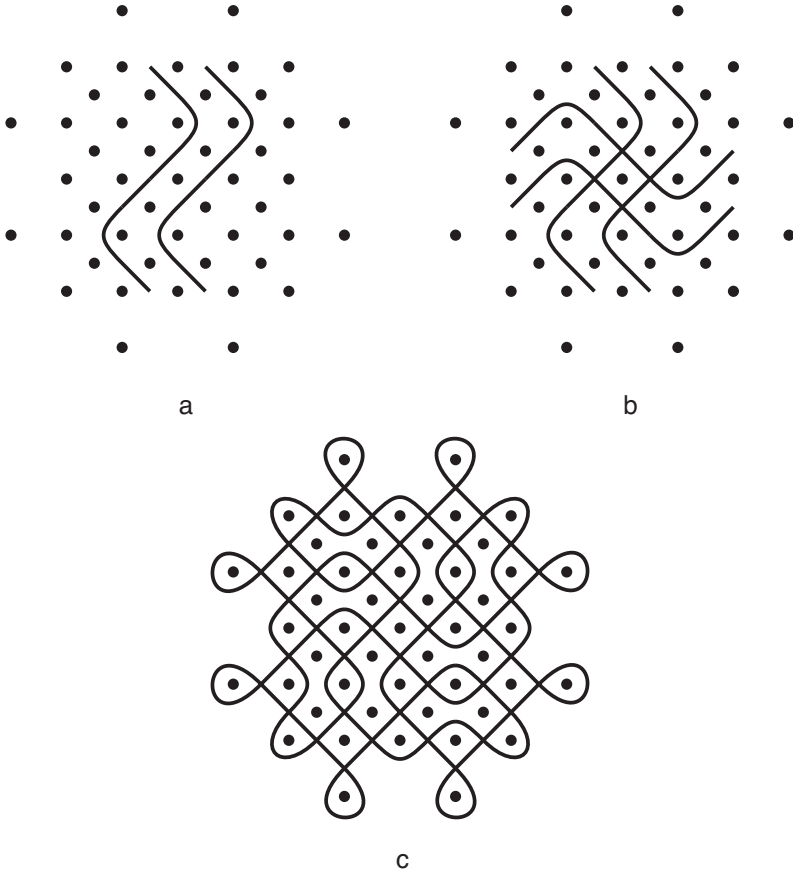


Figura 3.4

Verticalmente, passam à volta do centro dois segmentos de curva “sinusoidais” (compare Figura 3.4a). Se acontece o mesmo horizontalmente (vide a Figura 3.4b), então parece ser possível completar um desenho (Figura 3.4c) que não só exiba uma simetria rotacional de 90° (olhando da direita ou da esquerda, de baixo ou de cima, a Figura fica sempre a mesma) mas seja também semelhante ao *pavitrã* (Figura 3.2a). Além disso, o padrão resultante (Figura 3.4c) é monolinear!

Os dois desenhos, o primeiro referido por Layard (Figura 3.2a) e o outro reconstruído por nós (Figura 3.4c), diferem só em dois detalhes, como está ilustrado na Figura 3.5. Quando na Figura 3.4c os segmentos de curva chegam tão próximos em P e Q que quase se tocam, podem criar a falsa impressão de que P e Q constituem pontos de intersecção, como na Figura 3.5a.

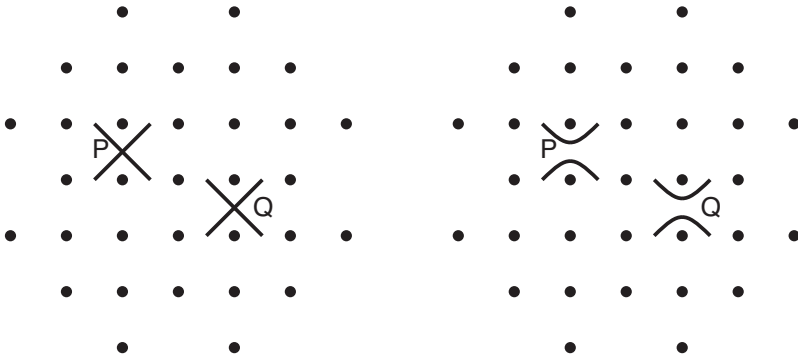
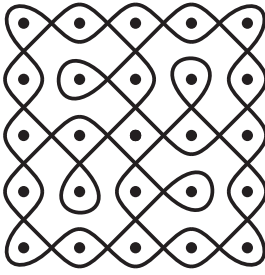


Figura 3.5

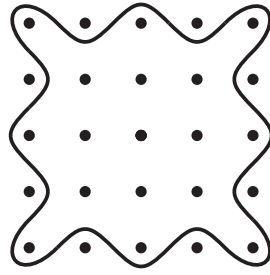
O padrão monolinear da Figura 3.4c é provavelmente o desenho original. O padrão polilinear referido (Figura 3.2a) é uma degradação da Figura 3.4c, uma consequência de deficiente transmissão de uma geração para a outra, causada, por exemplo, por um desenhar não claro ou memorização imprecisa, uma vez que “nenhuma tentativa é feita para preservar os padrões. Eles são pisados quase imediatamente depois de terem sido feitos e são logo destruídos” (Layard, p. 123); a transmissão torna-se facilmente deficiente.

Um segundo exemplo

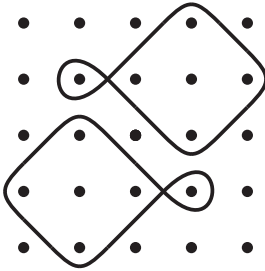
O desenho de soleira anónimo, que se mostra na Figura 3.6a, composto de cinco curvas fechadas (Figura 3.6b, c, d), exhibe uma simetria rotacional de 90°. Pode-se supor que o original deste padrão foi formado por uma única linha fechada e exibia a mesma simetria rotacional. Eliminando em cada lado uma junção “falsa”, como no exemplo anterior (junções P e Q), quatro desenhos resultam ser o possível padrão original (vide a Figura 3.7).



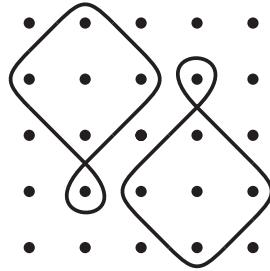
a



b



c



d

[Layard, 1937, p. 141]

Figura 3.6

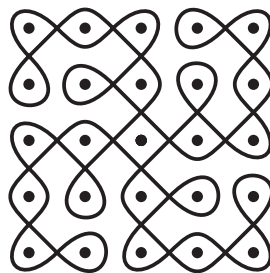
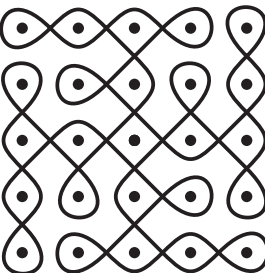
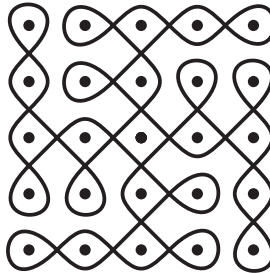
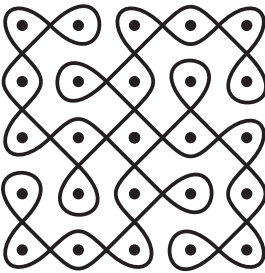






Figura 3.7

Regras de transformação

Antes de avançar com a reconstrução de outros desenhos de soleira tradicionais dos Tâmil, parece apropriado analisar o que acontece, sob determinadas condições (cf. Vol. 2, Capítulo 5), com o número de linhas fechadas, quando se introduz ou elimina uma junção passando de um padrão para outro.

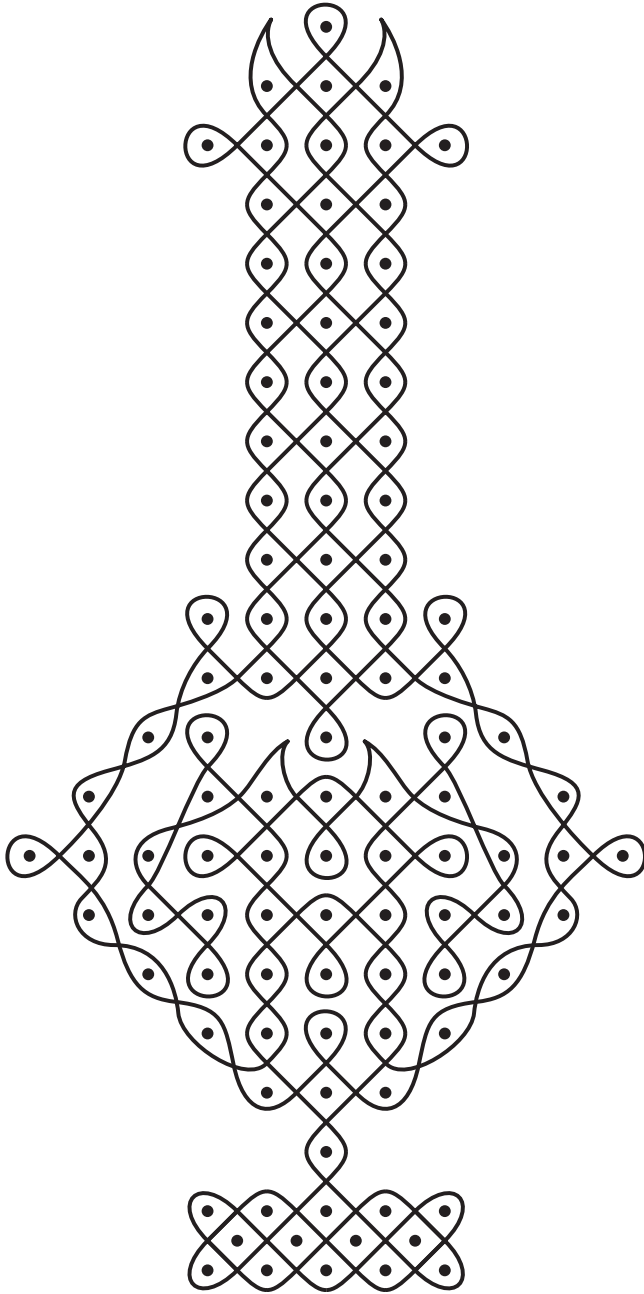
Quando se introduz uma junção juntando duas curvas distintas, o número de linhas diminui de uma [regra 1]. Quando se elimina uma junção formada de duas curvas distintas que se cruzam, então o número de linhas decresce em uma [regra 2]. A seguinte tabela sumariza as regras de transformação:

regra	natureza da transformação	situação antes da transformação	situação depois da transformação	número de linhas depois da transformação
1	introdução duma junção			-1
2	eliminação duma junção			-1

No exemplo de reconstrução do desenho *pavitram*, aplicámos a segunda regra duas vezes. A mesma regra foi usada quatro vezes no segundo exemplo, diminuindo o número total de linhas de cinco para uma.

Reconstrução dos padrões denominados “pulverizador de água” e “mesa giratória”

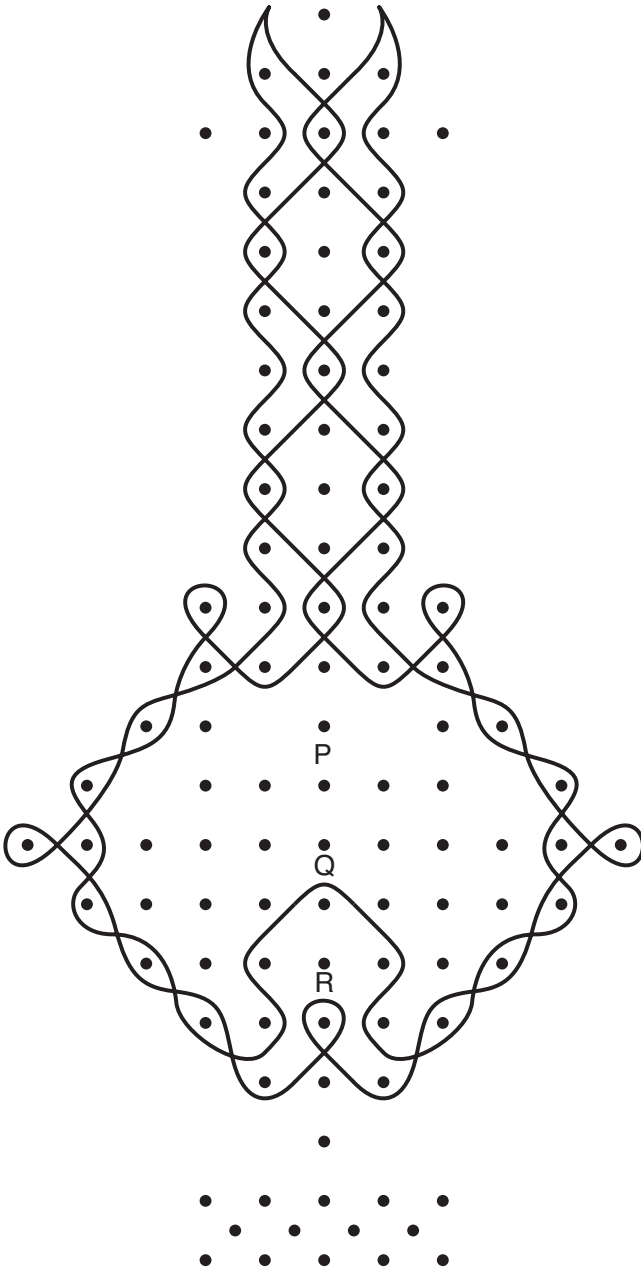
Damos agora duas aplicações da primeira regra de transformação. O padrão do “pulverizador de água de rosas” (vide a Figura 3.8a) é composto de quatro curvas fechadas (Figura 3.8b, c, d, e). Introduzindo junções em P, Q e R no eixo vertical, obtém-se um desenho muito semelhante (vide a Figura 3.9), composto por um único caminho fechado.



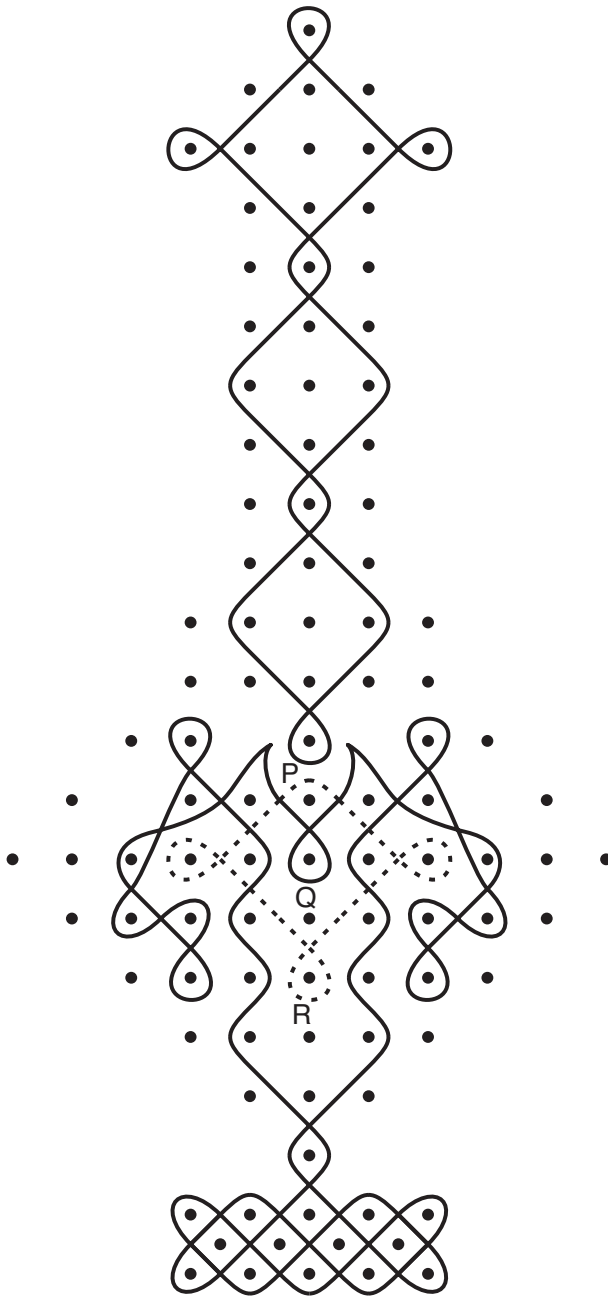
[Layard, 1937, p. 147]

a

Figura 3.8



b
Figura 3.8



c, d, e
Figura 3.8

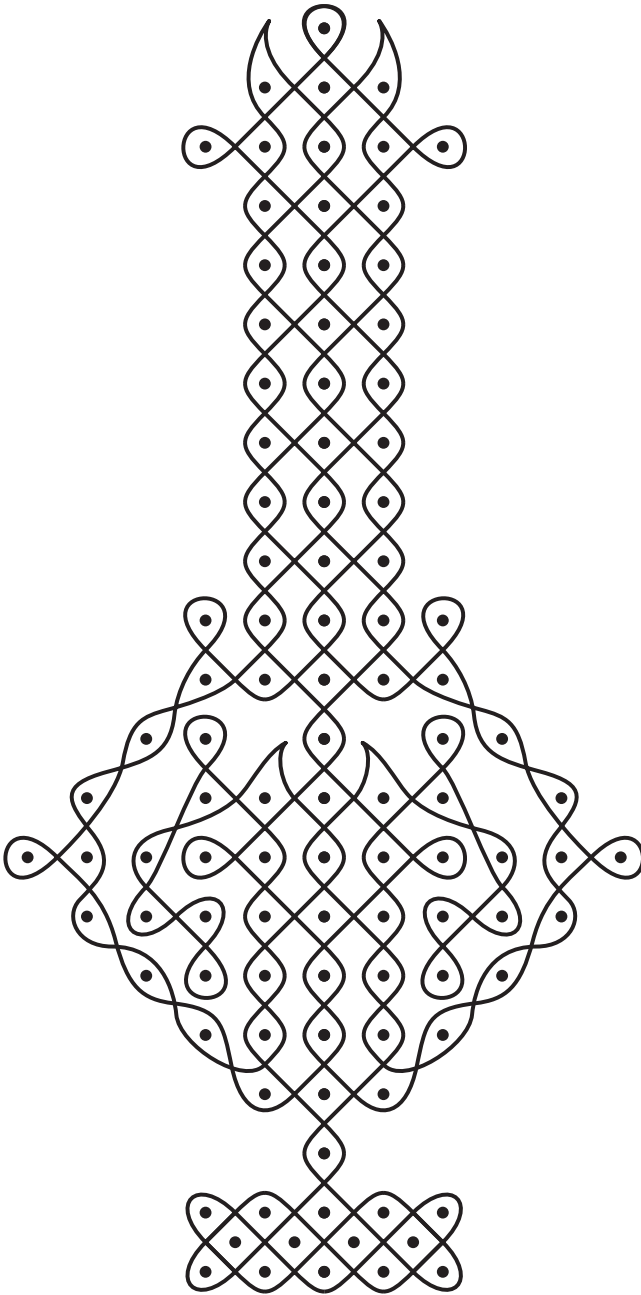
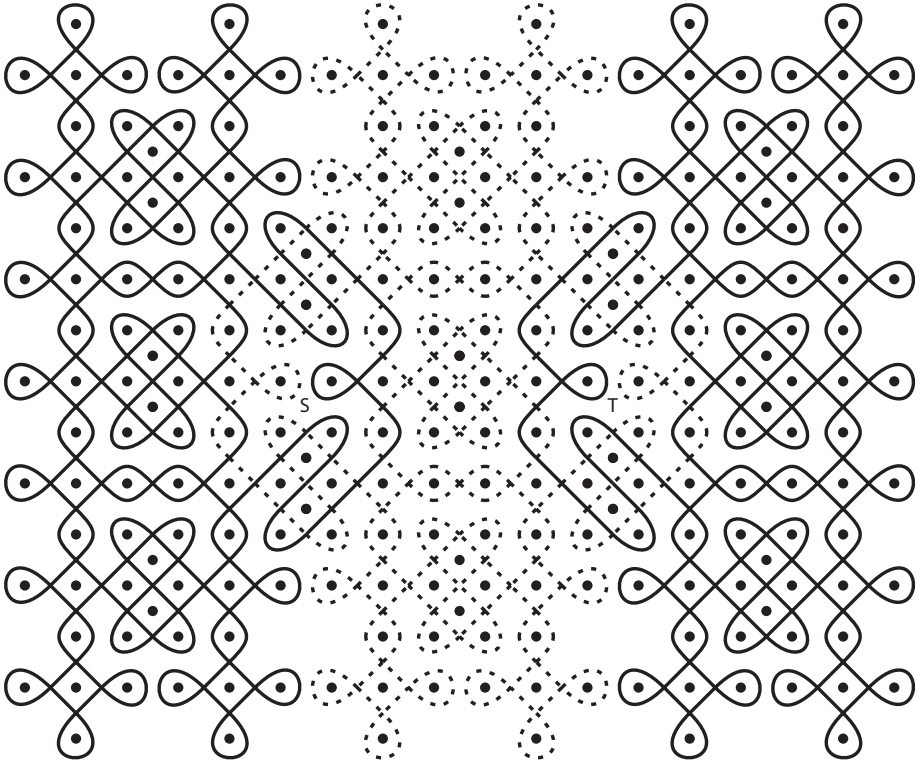


Figura 3.9

O desenho de soleira chamada “mesa giratória”, ilustrado na Figura 3.10 é formado por três linhas “que nunca terminam” sobrepostas. Quando se criam junções em S e T no eixo horizontal de simetria, aparece o provável padrão original feito com uma única linha (vide a Figura 3.11). Uma outra possibilidade é apresentada na Figura 3.12.



[Layard, 1937, p. 145]

Figura 3.10

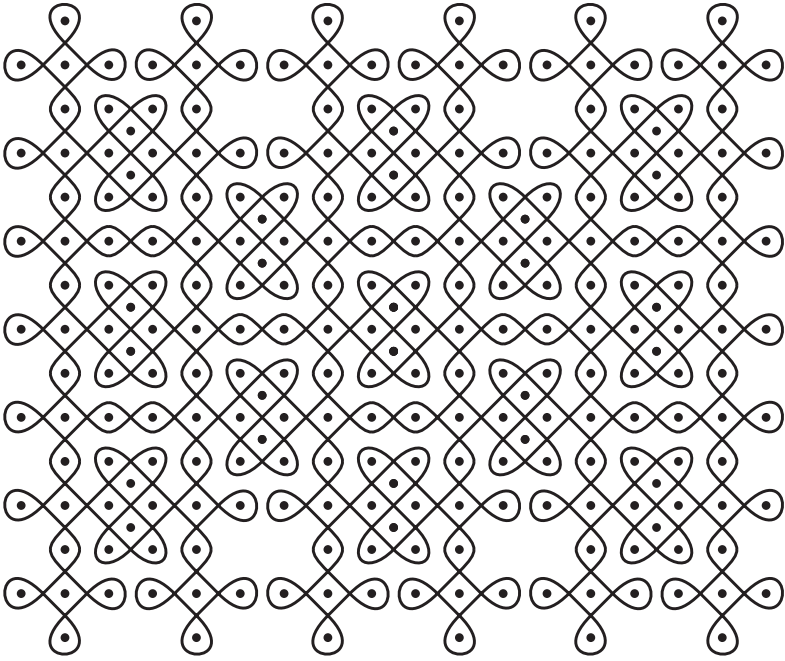


Figura 3.11

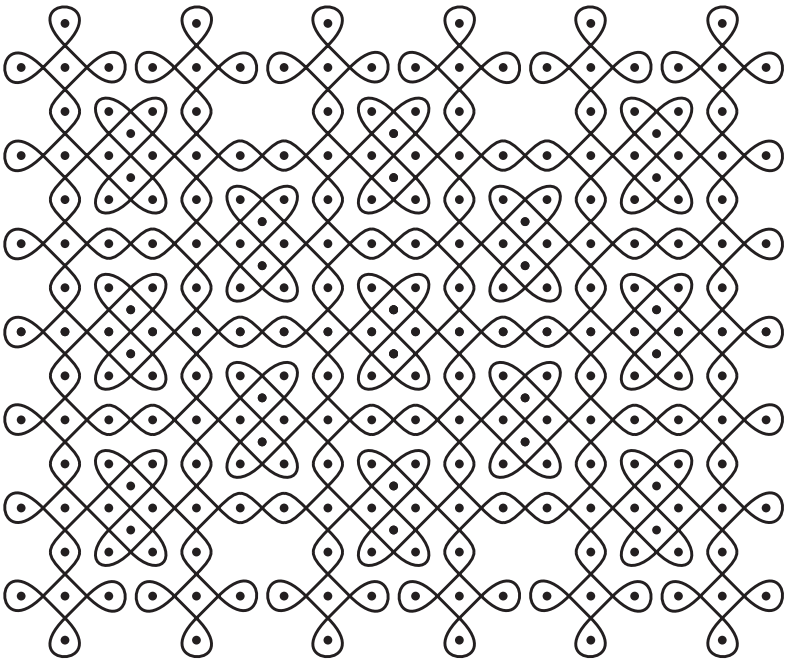
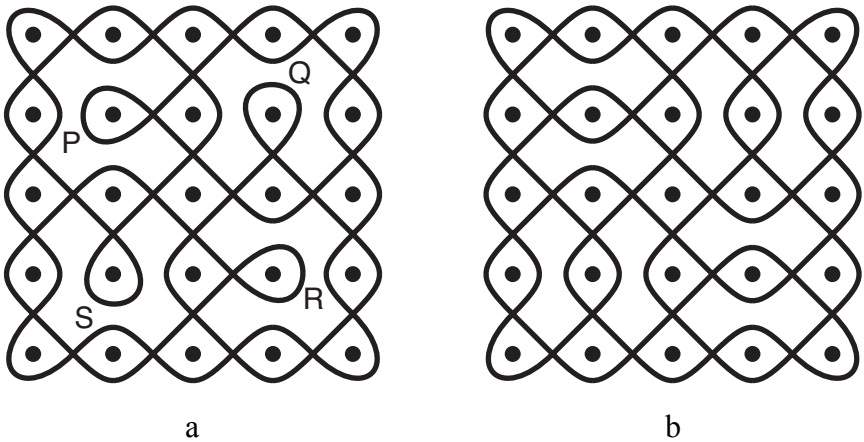


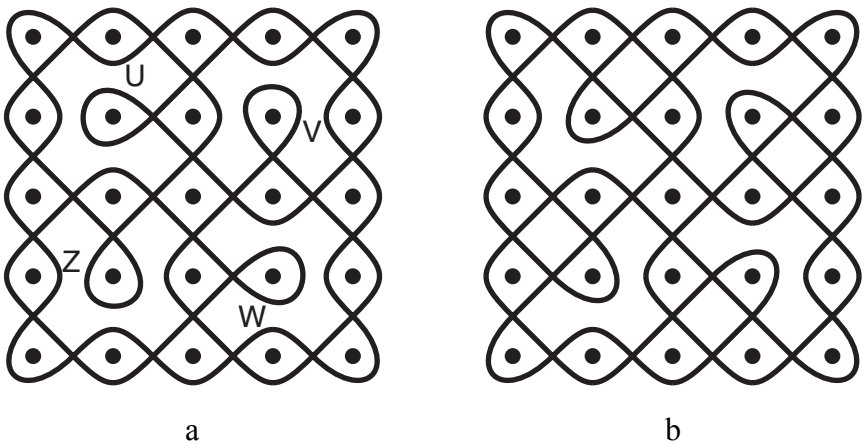
Figura 3.12



a
b
Transformação pela introdução de junções em P, Q, R e S
Figura 3.13

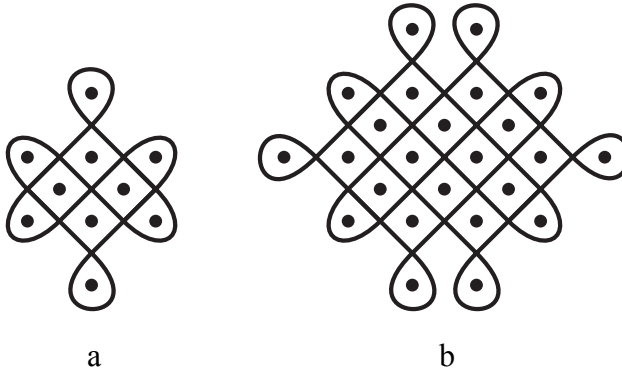
O padrão *pavitrám* revisitado

Transformámos os desenhos de soleira anónimos, apresentados na Figura 3.6a, em padrões monolineares, eliminando quatro junções por aplicação da regra 2. O processo “inverso” é também realizável: quatro novas junções podem ser introduzidas com a regra 1. Como ilustram as Figuras 3.13 e 3.14, há duas possibilidades para fazer isso de tal modo que o desenho final exiba a mesma simetria rotacional de 90°, como na Figura 3.6a, e seja formado por uma única linha “que nunca termina”.



a
b
Transformação pela introdução de junções em U, V, W e Z
Figura 3.14

O caminho fechado na Figura 3.14b constitui um outro original possível para este desenho de soleira anónimo (vide a Figura 3.6a), pois ambos os padrões são ainda bastante semelhantes. Surpreendentemente, a Figura 3.13b é idêntica à nossa reconstrução (Figura 3.4c) do desenho *pavitram* (Figura 3.2a), mas sem a ornamentação do rebordo. Nesta forma o padrão pode ser facilmente estendido, como será mostrado depois de uma breve referência à noção de extensão inerente à tradição de desenho Tamil.



[Layard, 1937, p. 137]
Figura 3.15

Extensões

Os desenhos de soleira Tamil que se apresentam na Figura 3.15, feitos com uma única curva fechada, são bastante semelhantes na sua estrutura. Podem ambos ser considerados como padrões “rectangulares” (vide a Figura 3.16) com ornamentação “circular” nos pontos exteriores que não são vértices do rectângulo. Neste sentido, a Figura 3.15b pode ser chamada uma extensão ou generalização possível da Figura 3.15a. A Figura 3.17 constitui o passo seguinte.

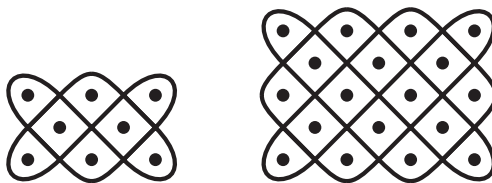


Figura 3.16

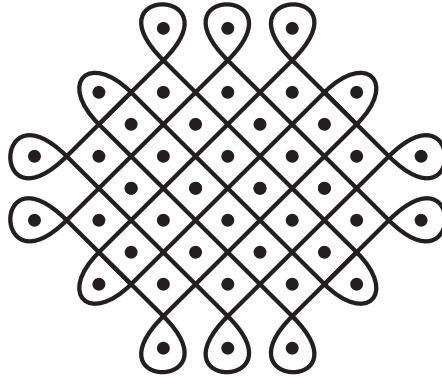
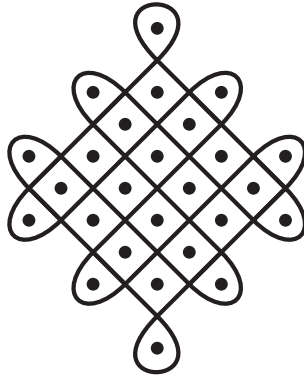


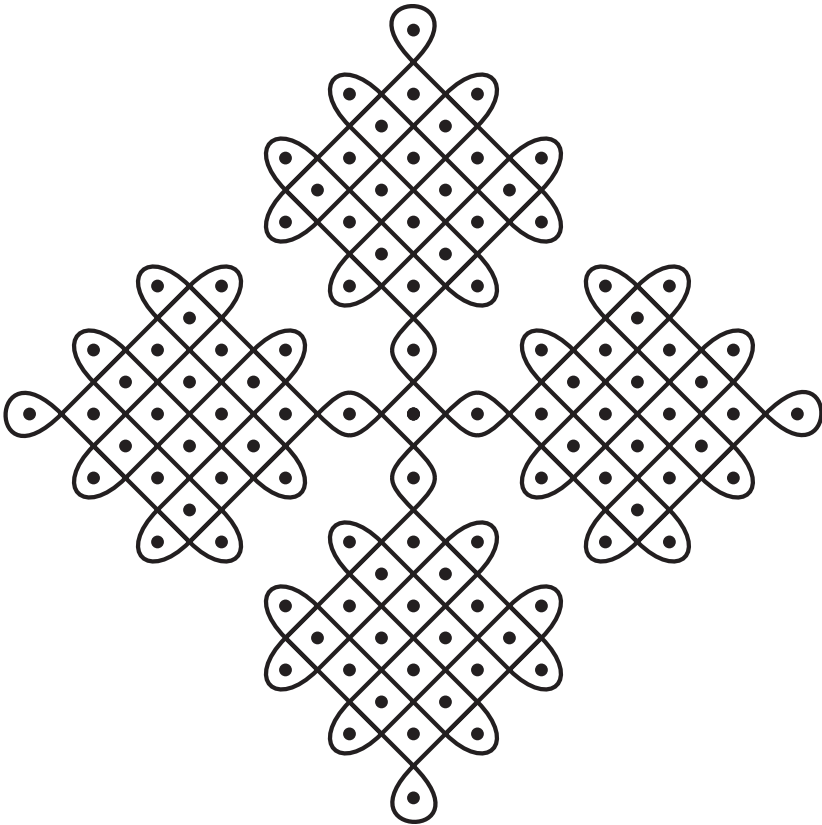
Figura 3.17

A Figura 3.18a é outra extensão possível do padrão Tamil que se mostra na Figura 3.15a. Por sua vez, este padrão foi usado como um elemento na construção do desenho de soleira “berço”, visto na Figura 3.18b. O padrão elaborado da “mesa giratória” que analisámos antes (Figuras 3.10-3.12) pode ser considerado como uma justaposição e sobreposição parcial – e portanto uma extensão – dos elementos monolineares mostrados na Figura 3.19.

O original do nó de Brahma da Figura 3.20, formado por quatro curvas suaves fechadas, pode ser facilmente reconstruído. Como está ilustrado na Figura 3.21, basta alongar os segmentos de curvas próximos do centro. A nossa hipótese torna-se ainda mais credível se compararmos este nó de Brahma reconstruído com o desenho de soleira tradicional Tamil na Figura 3.22. Ambos “obedecem” ao mesmo algoritmo geométrico. A Figura 3.23b mostra uma extensão posterior destes padrões, neste caso com oito pontos de cada lado do quadrado. Estas curvas fechadas são construídas com quatro “ramos”, de tal modo que dois ramos consecutivos são simétricos em relação aos eixos horizontal ou vertical.



a



[Layard, 1937, p. 140]

b

Figura 3.18

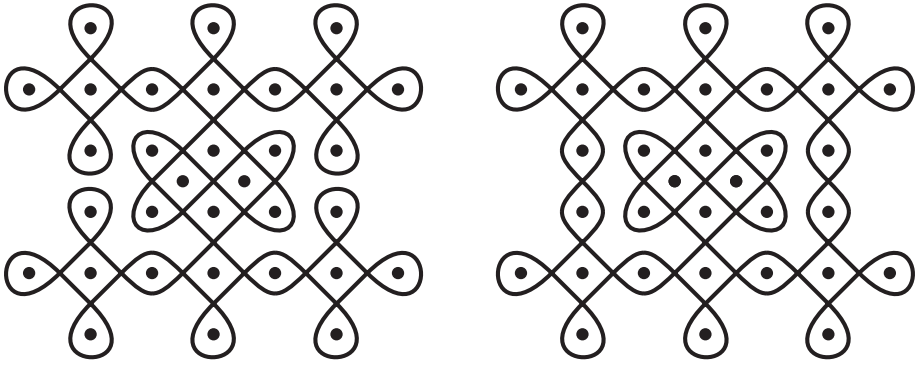
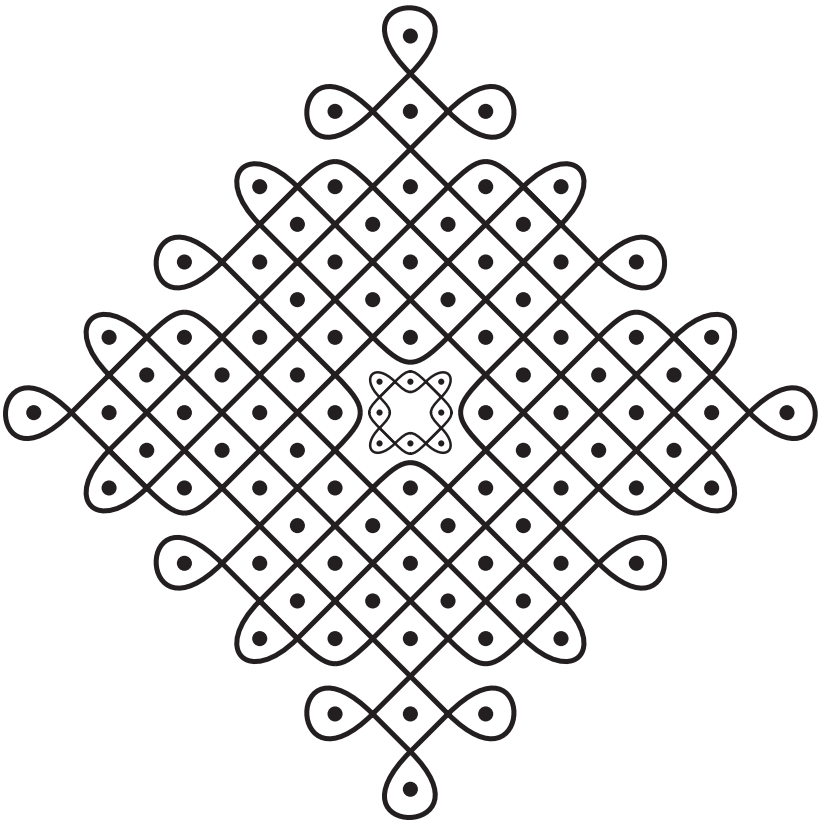


Figura 3.19



[Layard, 1937, p. 147]
Figura 3.20

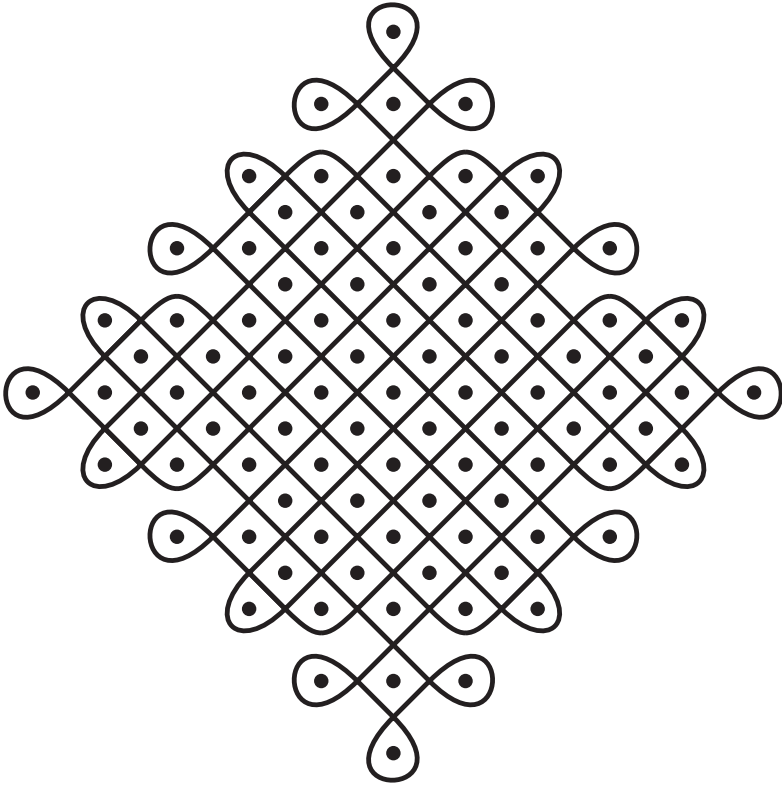
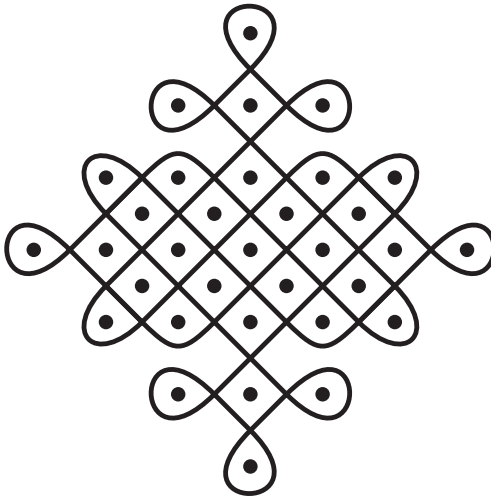


Figura 3.21



[Layard, 1937, p. 137]
Figura 3.22

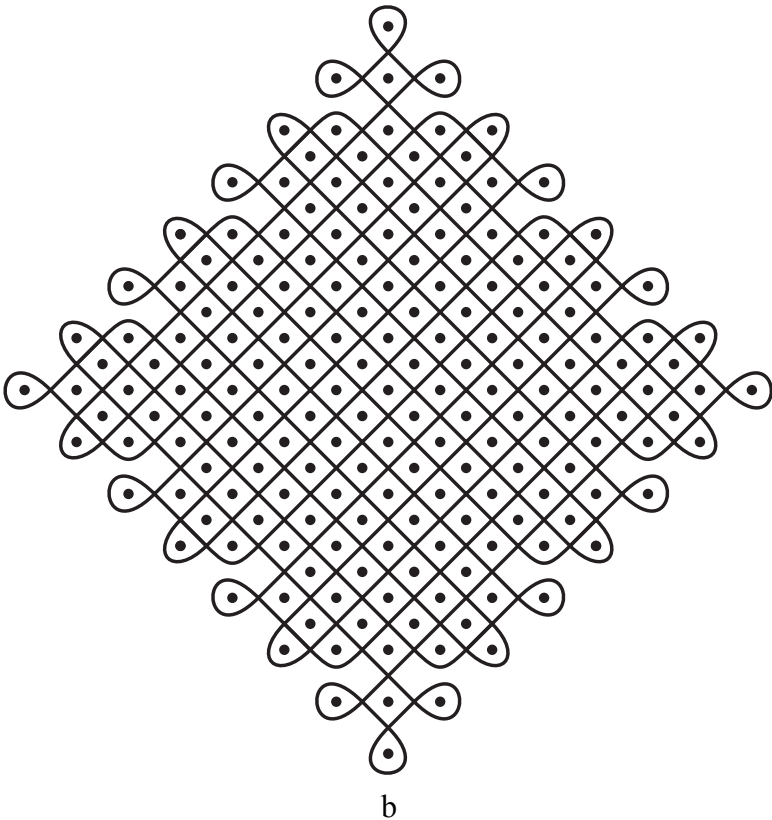
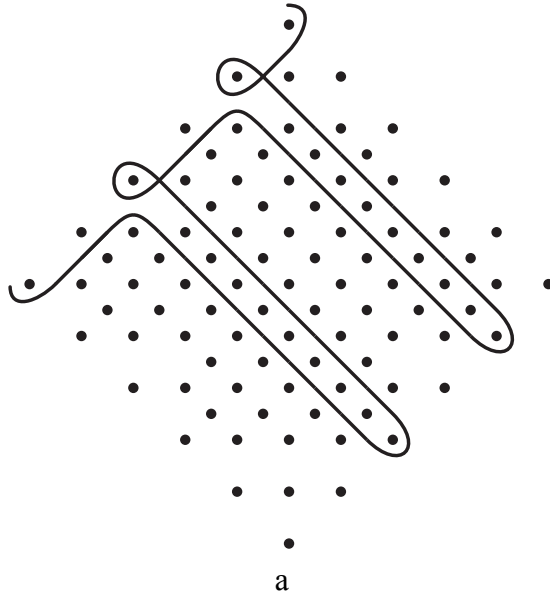
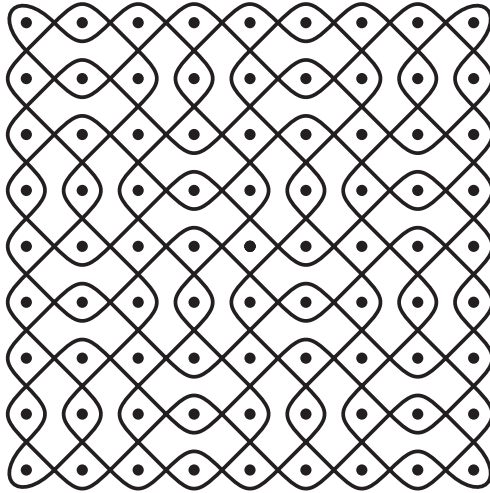


Figura 3.23



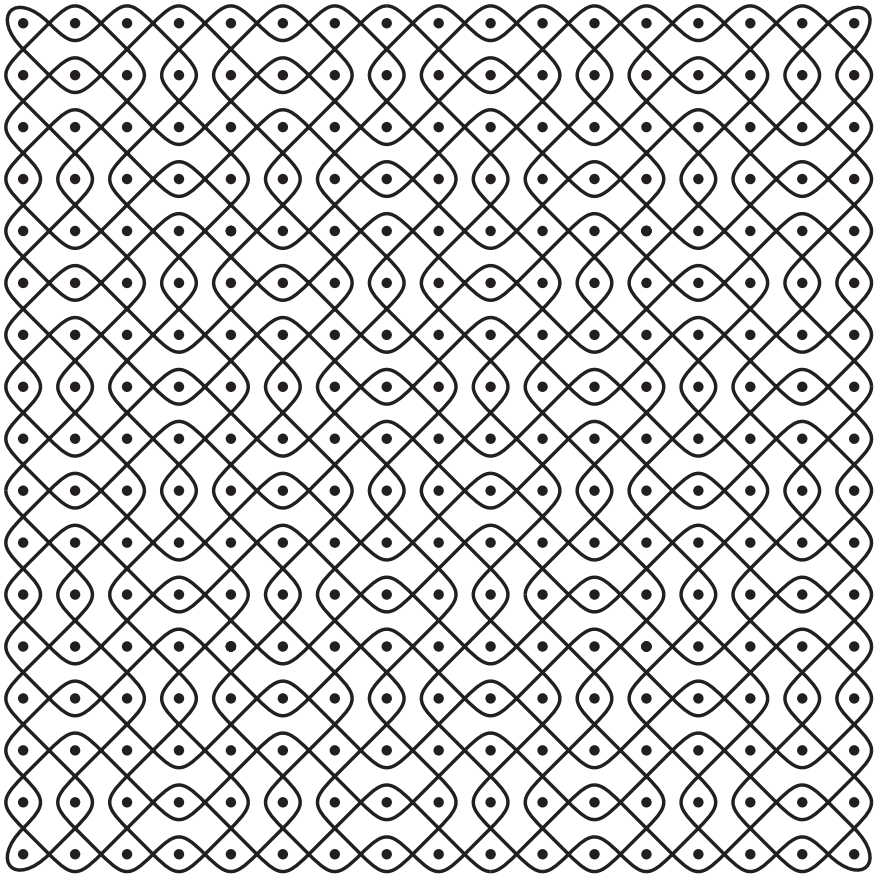
a

Figura 3.24

Extensões do padrão *pavitram* reconstruído

O padrão do *pavitram* reconstruído, reduzido (Figura 3.13b) pode ser facilmente estendido, como está ilustrado na Figura 3.24 para os casos $p=9$ e $p=17$, onde p designa o número de pontos do lado da rede de referência quadrada. O desenho do primeiro quarto do padrão no caso de $p=13$, como está ilustrado na Figura 3.25, mostra muito claramente que um algoritmo geométrico relativamente simples assenta na base de um desenho bastante intrincado à primeira vista. Depois de completar cada quarto, roda-se à volta do canto e repete-se o desenho. Isto explica a simetria rotacional de 90° que os padrões finais (Figura 3.13b e 3.24a, b) exibem. Não são só possíveis extensões de padrões quadrados: a Figura 3.26 mostra uma extensão não-quadrada de 17×9 , onde 17 designa o número de pontos na primeira fila e 9 o número de pontos da primeira coluna. Geralmente, o padrão pode ser estendido para todas as redes de referência rectangulares $(4m+1) \times (4n+1)$, onde m e n representam números naturais arbitrários. Todas as versões estendidas podem ser consideradas como construídas com “células” parcialmente sobrepostas. As células são os desenhos *pavitram* reconstruídos sem a decoração exterior (Figura 3.13b); parcialmente sobrepostos no sentido de que duas células vizinhas têm uma fila (ou coluna) de pontos,

exterior, comum. A Figura 3.27 mostra a extensão 9×9 do padrão *pavitrans* reconstruído, completado com uma ornamentação exterior. Todas as extensões consideradas são monolineares.



b

Figura 3.24

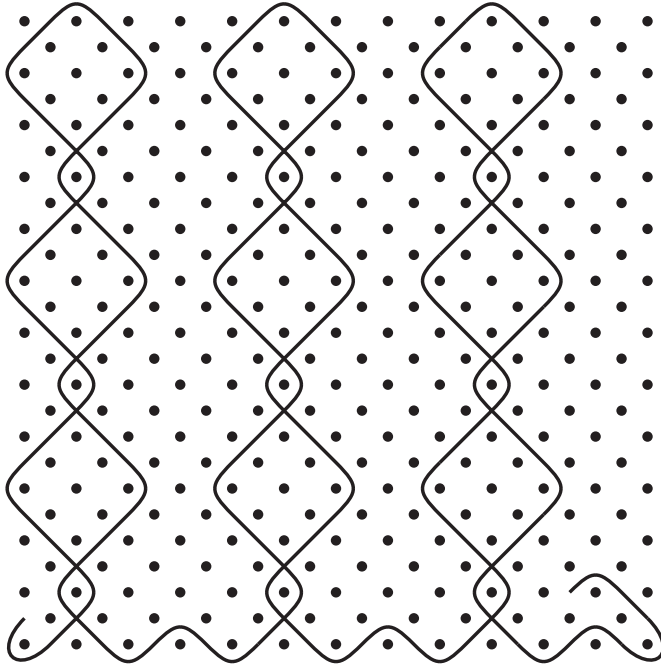


Figura 3.25

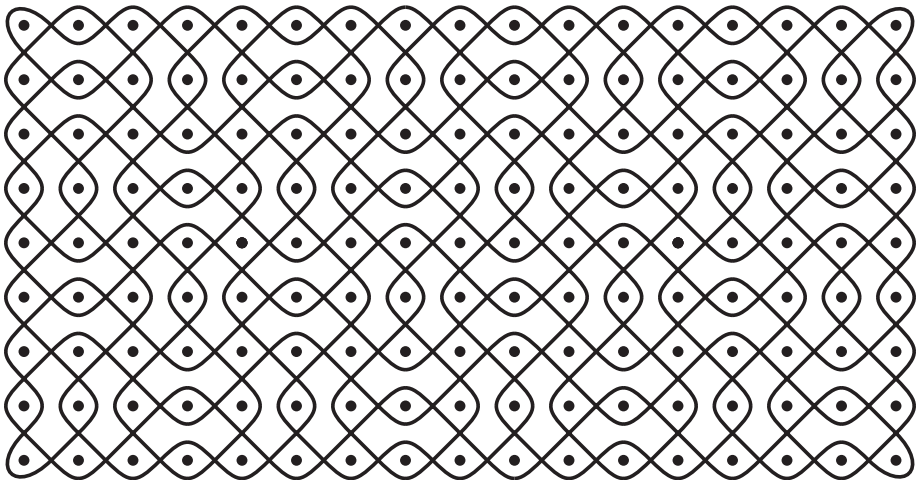


Figura 3.26

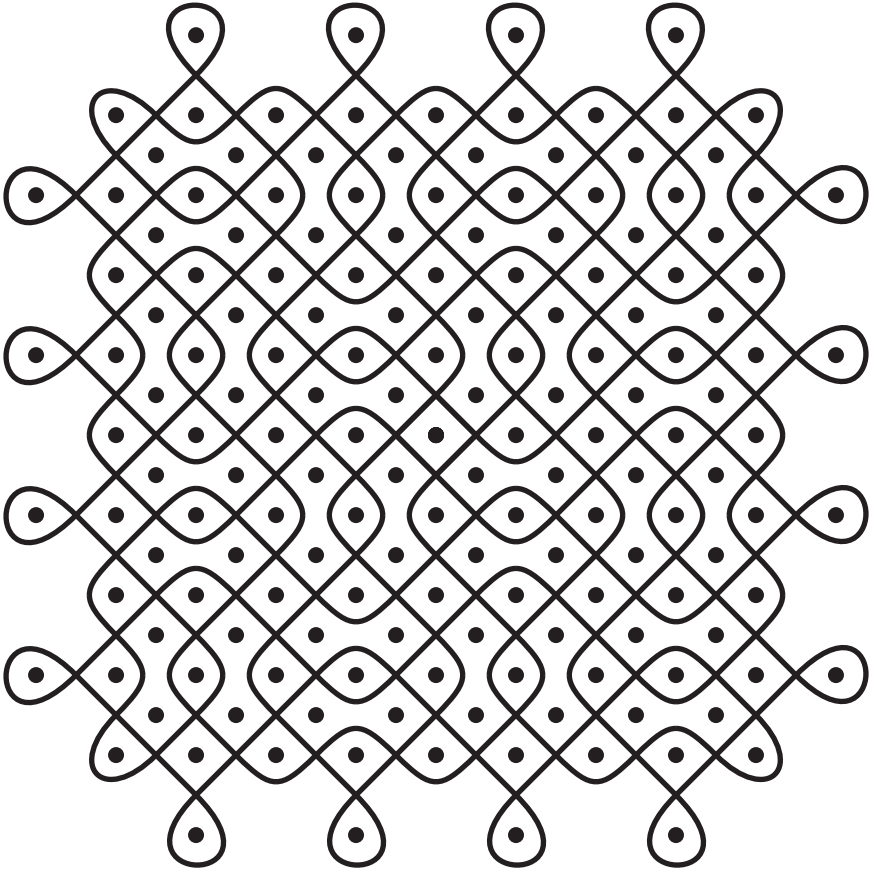
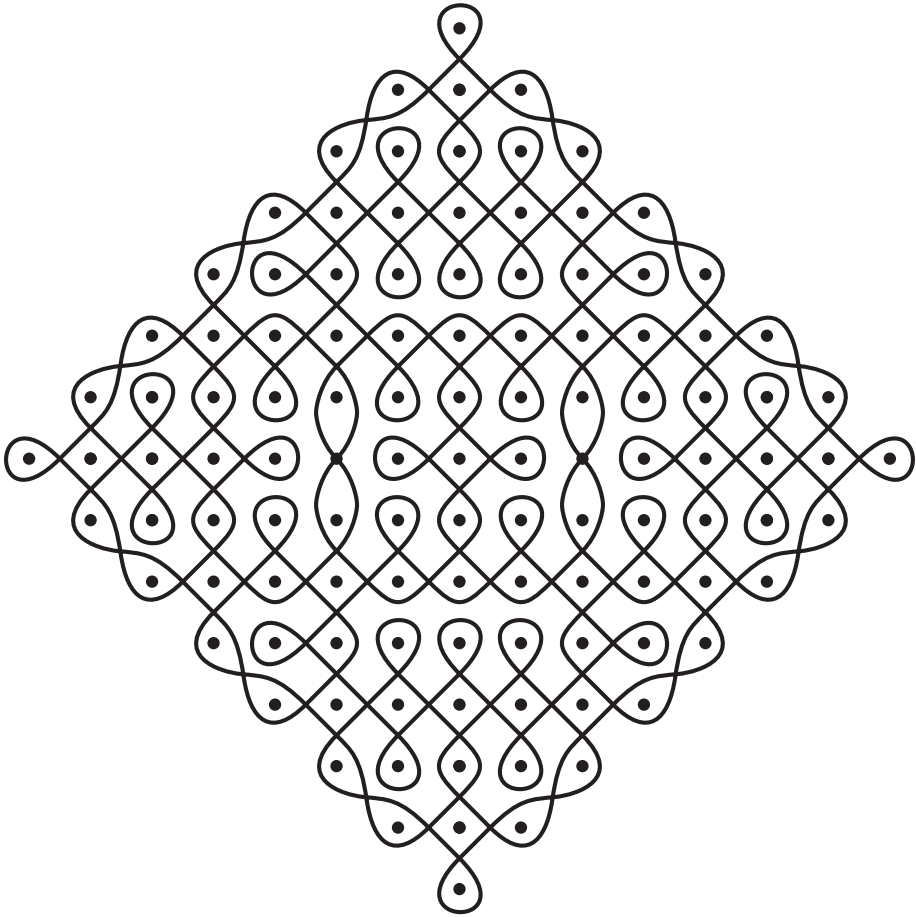


Figura 3.27

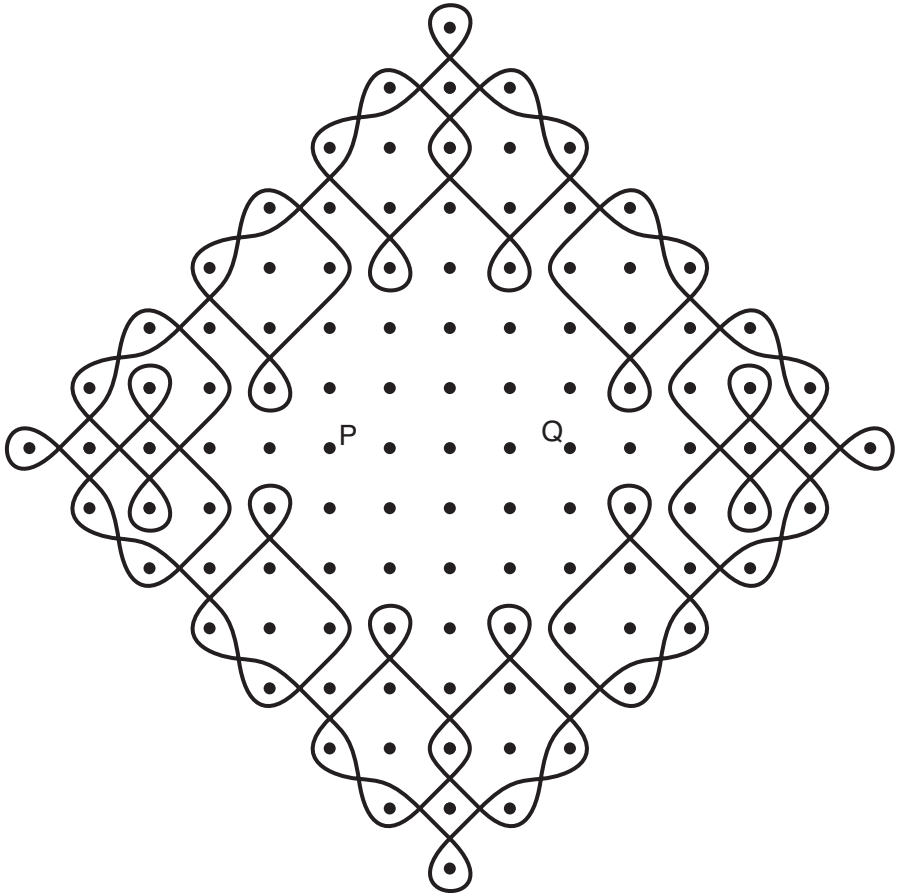
Exame do nó de Brahma

“Nó de Brahma” é geralmente um nome dado só a certos padrões monolineares. O nó de Brahma na Figura 3.28 é, contudo, formado por cinco curvas fechadas sobrepostas (vide a Figura 3.29). Como, além disso, duas destas cinco passam sobre os pontos P e Q em vez de os contornarem, torna-se altamente provável que não se trata aqui do padrão original. A chave para a redescoberta do padrão Tamil original parece assentar na curva fechada periférica (Figura 3.29a). É possível modificar esta curva de modo a “preencher” também o interior da grade quadrada de pontos?

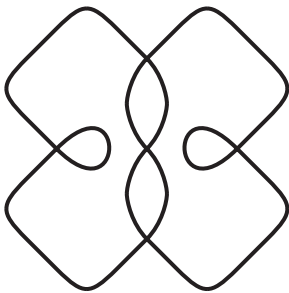


[Layard, 1937, p. 144]
Figura 3.28

Em cada “lado” da linha periférica, a mesma “aselha” (vide a Figura 3.30) repete-se três vezes. Que acontecerá se houver só uma ou duas destas aselhas em cada “lado”? No primeiro caso (Figura 3.31), uma única curva “que nunca termina” “preenche” todo o quadrado de referência. Embora isto não aconteça no segundo caso (Figura 3.32a), a grade quadrada pode ser “preenchida” (Figura 3.32b) introduzindo quatro vezes um elemento bastante semelhante à aselha e que já encontramos na Figura 3.6c, d. Agora, se aplicamos a primeira regra de transformação em S, T, U e V, obtemos o padrão monolinear com eixos de simetria horizontal e vertical que se mostra na Figura 3.32d.

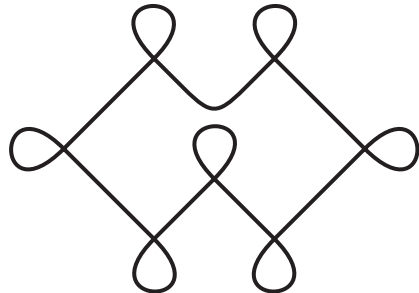


a



(duas vezes)

a



(duas vezes)

b

Figura 3.29

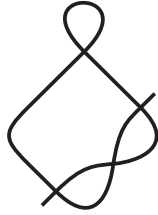


Figura 3.30

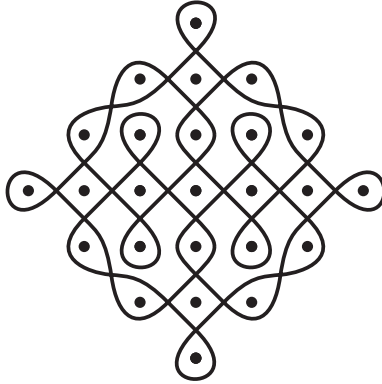
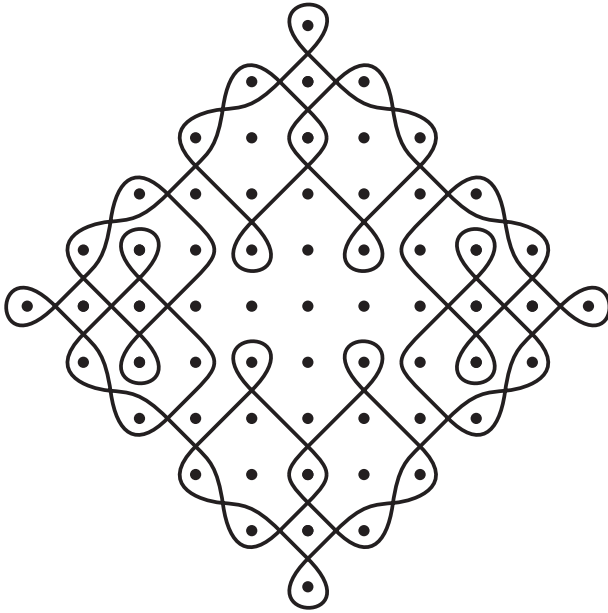


Figura 3.31



a

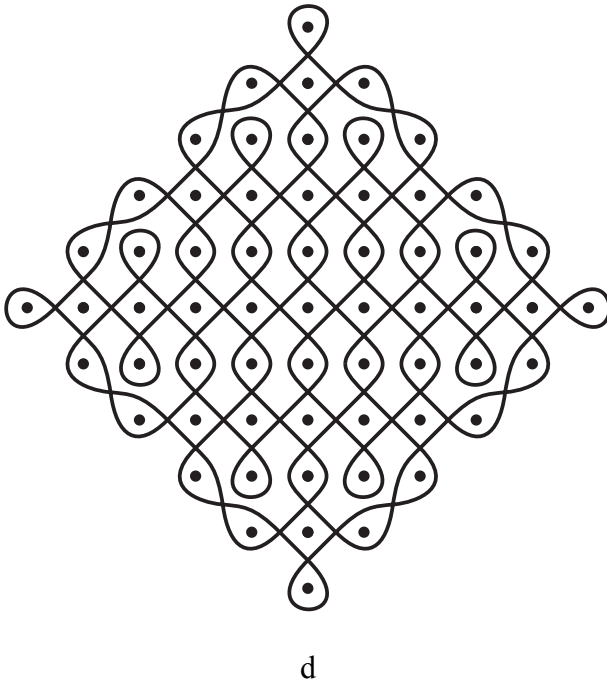
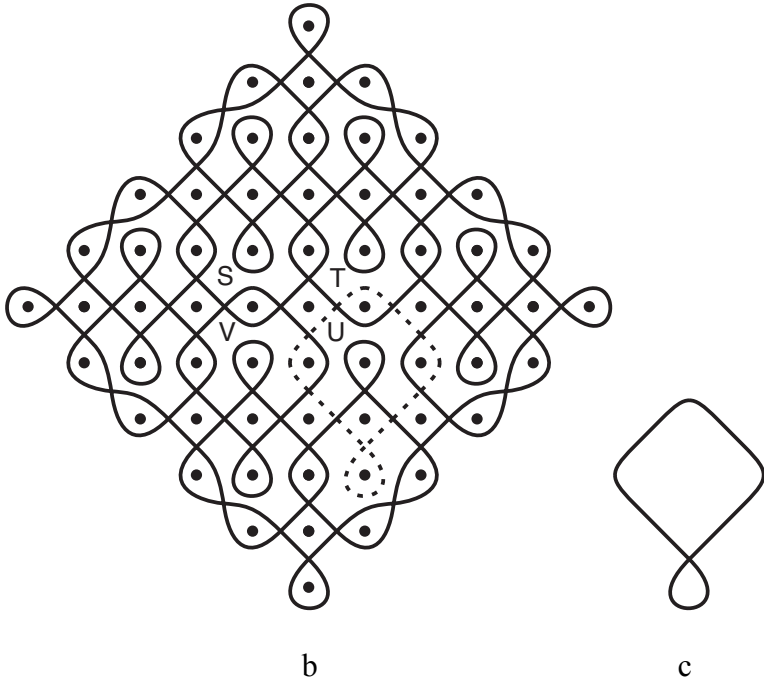
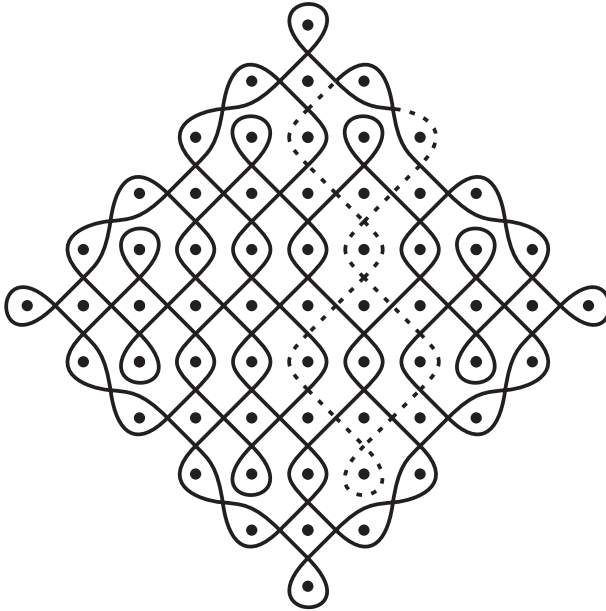


Figura 3.32



e

Figura 3.32

Os ramos (Figura 3.32e) que foram introduzidos por estas junções não são estranhos à tradição Tamil, pois encontrámo-los antes no modelo do “pulverizador de água de rosas” (Figura 3.8) e aparecem também no padrão *pavitram* reconstruído e estendido (ver, em particular, Figura 3.25). Usando o mesmo algoritmo geométrico no caso de três aselhas em cada lado, obtém-se o padrão com simetria dupla, ilustrado na Figura 3.33, que é provavelmente o nó de Brahma original.

Fonte de inspiração

A curva fechada periférica da Figura 3.29a tem eixos de simetria horizontal e vertical. É possível modificar a orientação das aselhas nos dois lados opostos de tal modo que uma nova linha periférica apareça (Figura 3.34). Esta exhibe uma simetria rotacional de 90° .¹ A Figura

¹ Num *kolam* apresentado por Durai (1929, Folha E) aparece uma linha periférica desta natureza com duas aselhas em cada lado.

3.35 mostra o que acontece no caso de uma aselha em cada lado. As Figuras 3.36 e 3.37 ilustram as extensões que podem ser obtidas quando se “preenche” o interior, nos casos de duas ou três aselhas em cada lado. Todos estes padrões são monolineares.

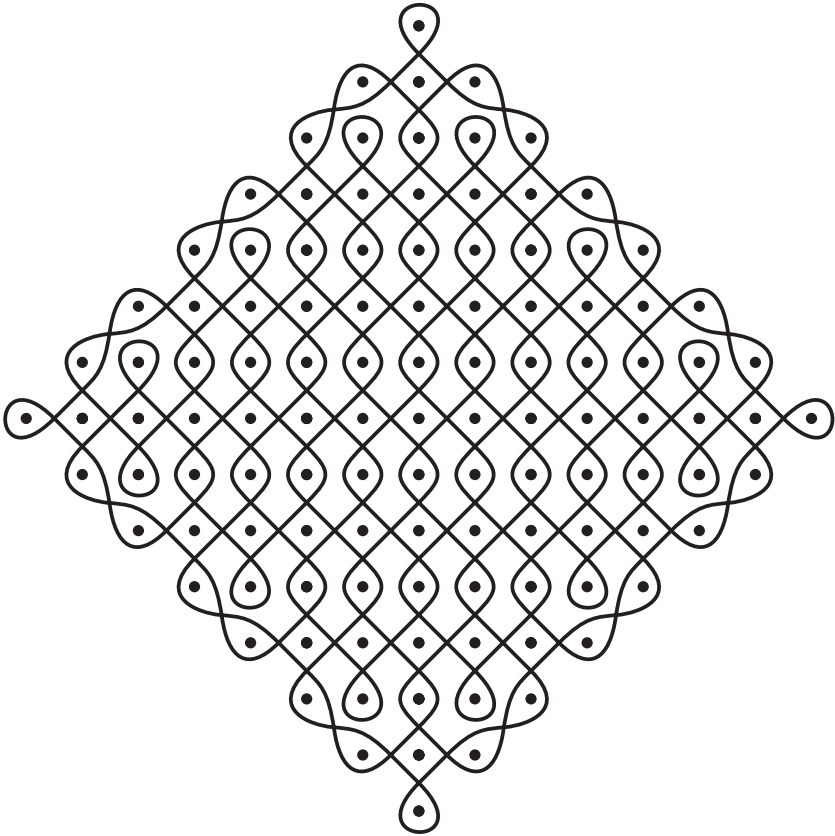


Figura 3.33

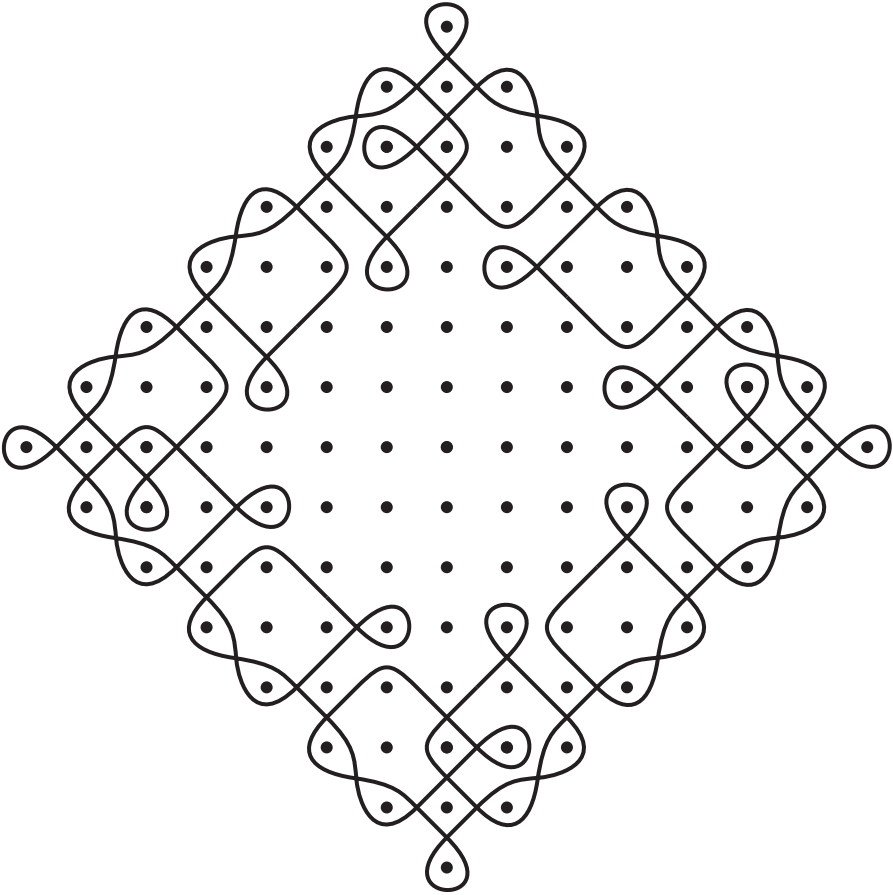


Figura 3.34

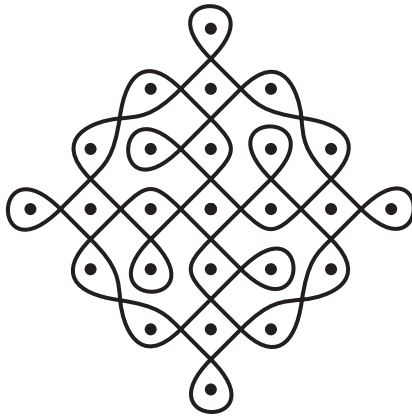


Figura 3.35

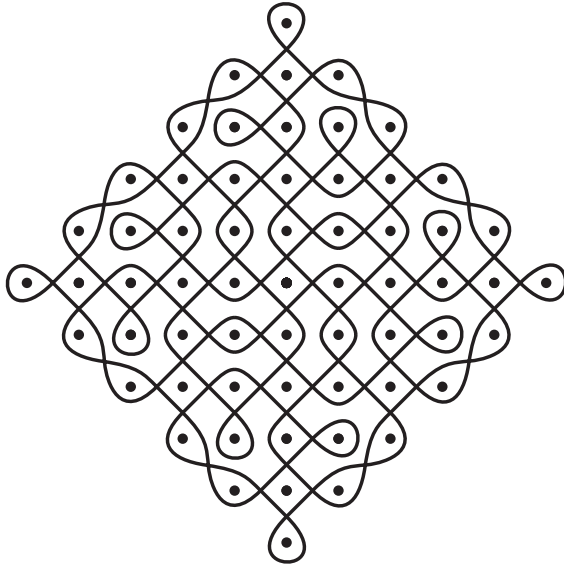


Figura 3.36

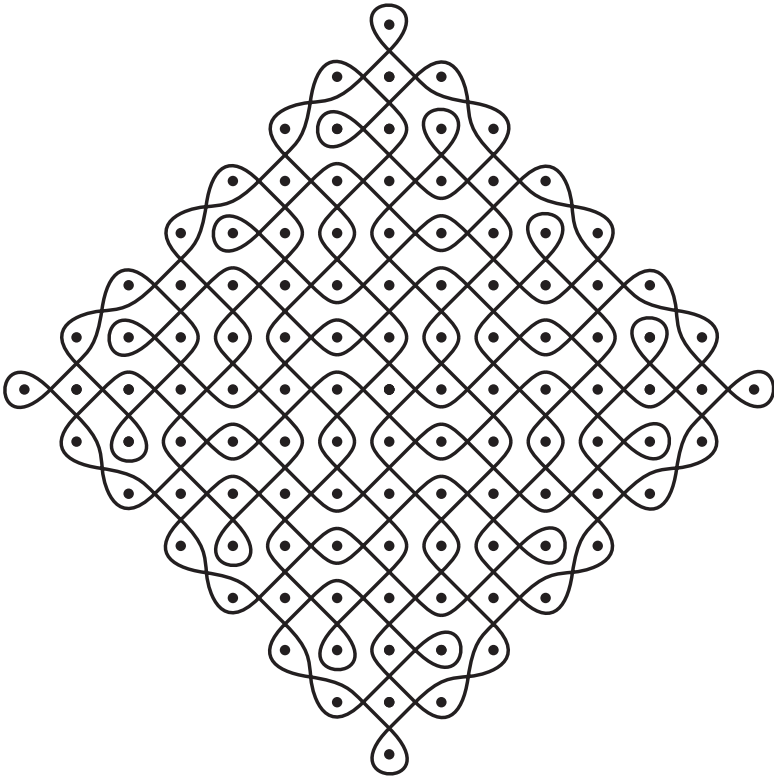


Figura 3.37

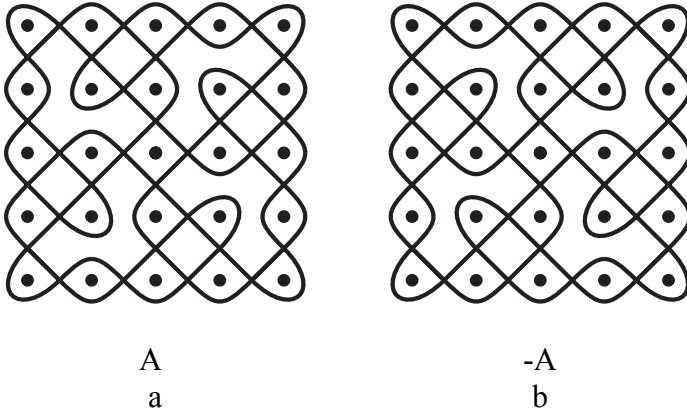
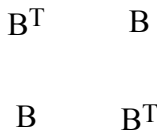


Figura 3.38

Regressemos à Figura 3.14b e designemos este padrão por **A**. Por uma reflexão deste padrão à volta do eixo vertical de simetria obtém-se o modelo da Figura 3.38b (representação $-A$). Se se juntar agora dois elementos **A** e dois $-A$ de acordo com o esquema



de tal modo que duas “células” vizinhas tenham uma fila (ou coluna) de pontos exteriores comum, descobre-se o interessante padrão monolinear da Figura 3.39 com eixos horizontal e vertical de simetria . Se se “isolar” o seu centro 5×5 , obtém-se um outro padrão monolinear (Figura 3.40a). Designe-se por **B** este padrão. Por uma reflexão de **B** à volta de uma das suas diagonais, obtém-se a Figura 3.40b (representação B^T). Construindo analogamente um modelo de acordo com o esquema



inventar-se o padrão monolinear da Figura 3.41. O isolamento do centro 5×5 conduz-nos de novo ao padrão **A**.

Muitas outras variações são possíveis.

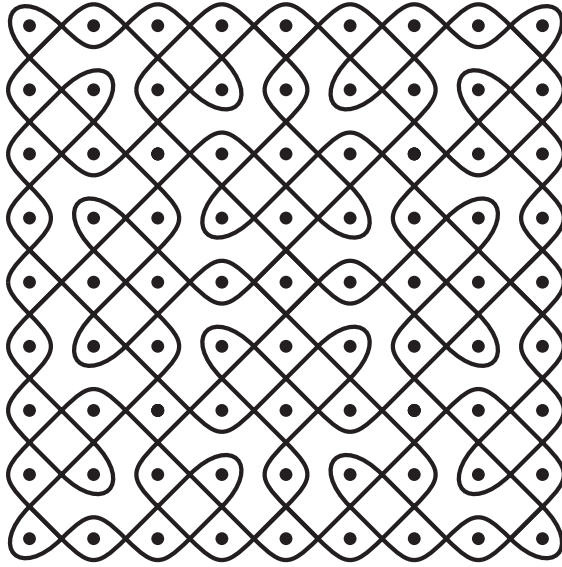


Figura 3.39

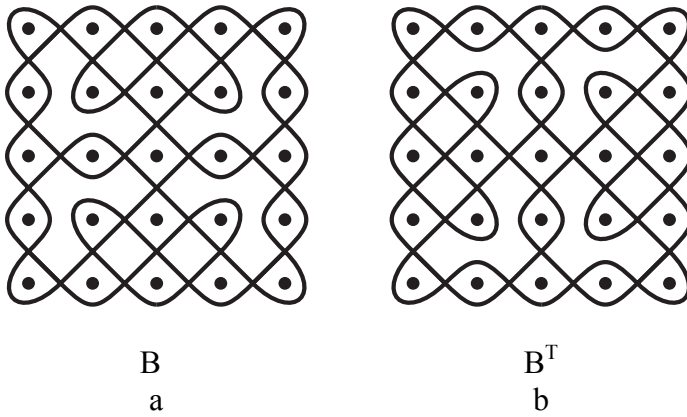


Figura 3.40

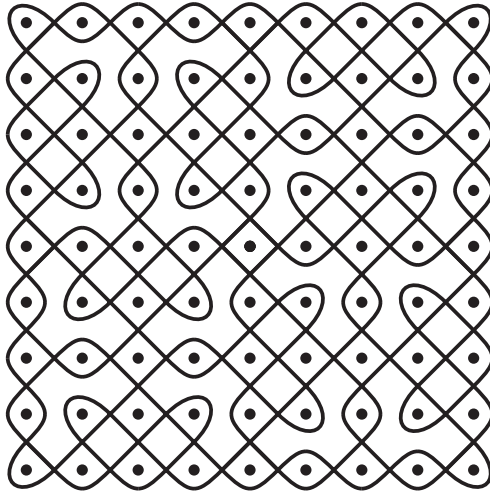


Figura 3.41

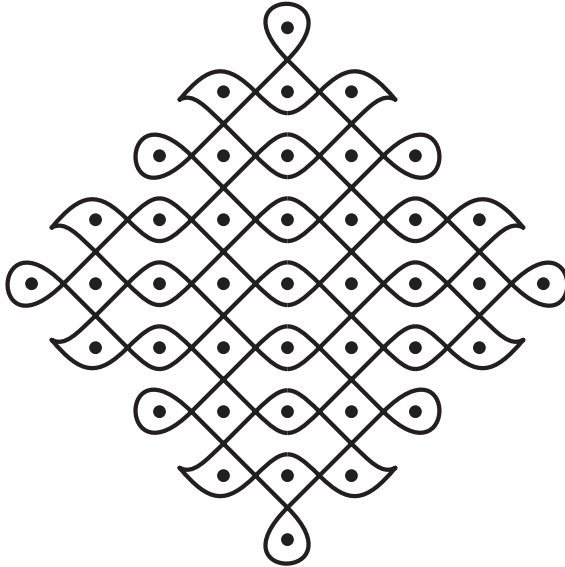
Observações finais

A maioria dos desenhos de soleira nos quais o estudo de Layard se baseia foram publicados em Madras em 1923. Nesse tempo a tradição Tamil para desenhar padrões na frente das soleiras das suas casas durante o mês de Margali estava em declínio. Os desenhos polilineares que analisamos parecem versões “degradadas” de padrões originalmente monolineares. Estes padrões não “caíram do céu”, não foram ocasionalmente descobertos; pelo contrário, uma análise sistemática conduziu à sua invenção. Regras de transformação, assim como algoritmos geométricos, têm sido descobertos. Consolidaram-se noções de simetria bilateral e rotacional. Os seus inventores desenvolveram (ou dispuseram de) ideias claras de extensão e generalização. Construíram padrões que tiveram que satisfazer certos critérios escolhidos como monolinearidade, continuidade, suavidade e simetria.

A nossa análise revela o alto potencial matemático da tradição que conduziu aos modelos de soleiras Tamil. Investigação futura sobre a sua origem e possível influência no (talvez antigo) desenvolvimento matemático (e artístico) na Índia (ou em qualquer outra zona do mundo) parece necessária. Exigem também estudos futuros os factores sociais, educacionais e técnicos que contribuíram para a já mencionada “degradação”, i.e., para o desenvolvimento de desenhos que não

obedecem à norma cultural da monolinearidade. Em alguns casos (e.g. Figura 3.6a), a “degradação” talvez tenha facilitado a memorização.

Pode ser sugerido o uso dos desenhos de soleira Tamil nas aulas de Matemática (cf. Gerdes, 1988a, b).



[Trivedi, 1990, p. 378]

Figura 3.42

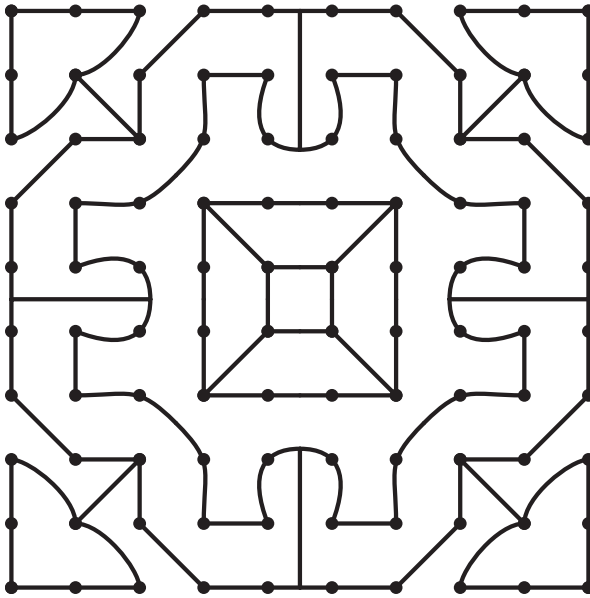
3.2 Desenhos *kolam*

Num artigo sobre simetria na filosofia hindu, Trivedi apresenta um padrão *alpana* (vide a Figura 3.42), informando que

“existem vários tipos de padrões puramente abstractos duma natureza simbólica... que são desenhados por mulheres no chão e nas paredes das casas com farinha de arroz ou com cores em pó, durante festivais e cerimónias religiosas. Estes padrões são conhecidos sob vários nomes, como *alpana*, *rangoli* ou *kolam*, e são encontrados por toda a Índia” (1990, p. 378, 379).

Enviámos ao autor, para além do artigo reproduzido na primeira parte do Capítulo 3, algumas publicações sobre *sona*, o que o levou a

mandar-nos seis brochuras populares sobre os *kolam* (vide na bibliografia: [KA], [K2], [K3], [K6], [K8] e [K9]). Cada uma das brochuras contém 24 páginas e o único texto que acompanha os desenhos são os nomes de alguns deles. Na maioria dos *kolam* nelas apresentados, as linhas passam pelos pontos de referência (vide o exemplo na Figura 3.43). Na minoria dos casos, as linhas abraçam os pontos tal como no caso dos padrões analisados na primeira parte deste capítulo: dos 893 motivos apresentados nas brochuras, 222 são do tipo em que as linhas abraçam os pontos do sistema referencial; destes, apenas 29 são monolineares, ou seja, 3% do total.

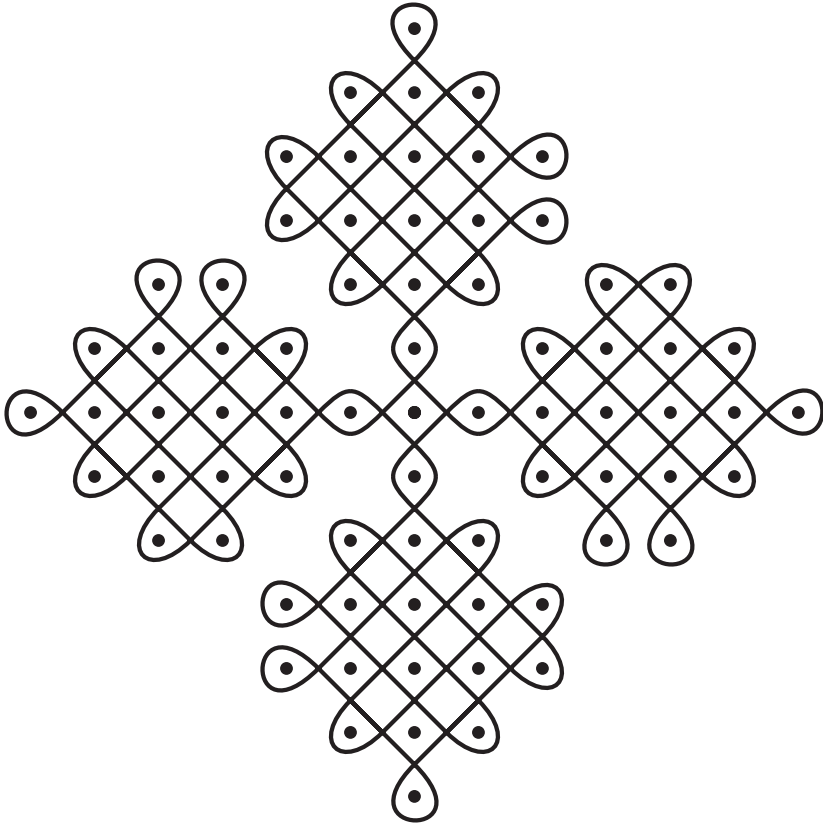


[K3, p. 6]
Figura 3.43

Padrões com simetria

Alguns *kolam* monolineares encontrados nesta colecção de seis brochuras são (quase) iguais a alguns padrões apresentados por Layard e reproduzidos no nosso primeiro estudo. A Figura 3.1d aparece rodada sobre um ângulo de 45° em [KA, p. 18], [K2, p. 9] e [K8, p. 8]; a Figura 3.1c ligeiramente arredondada em [K3, p. 23] e a Figura 3.15a em [K2, p. 9]. A existência do suposto *kolam* da Figura 3.18a é confirmada em [K8, p. 8]. Da Figura 3.18b (monolinear) aparece uma

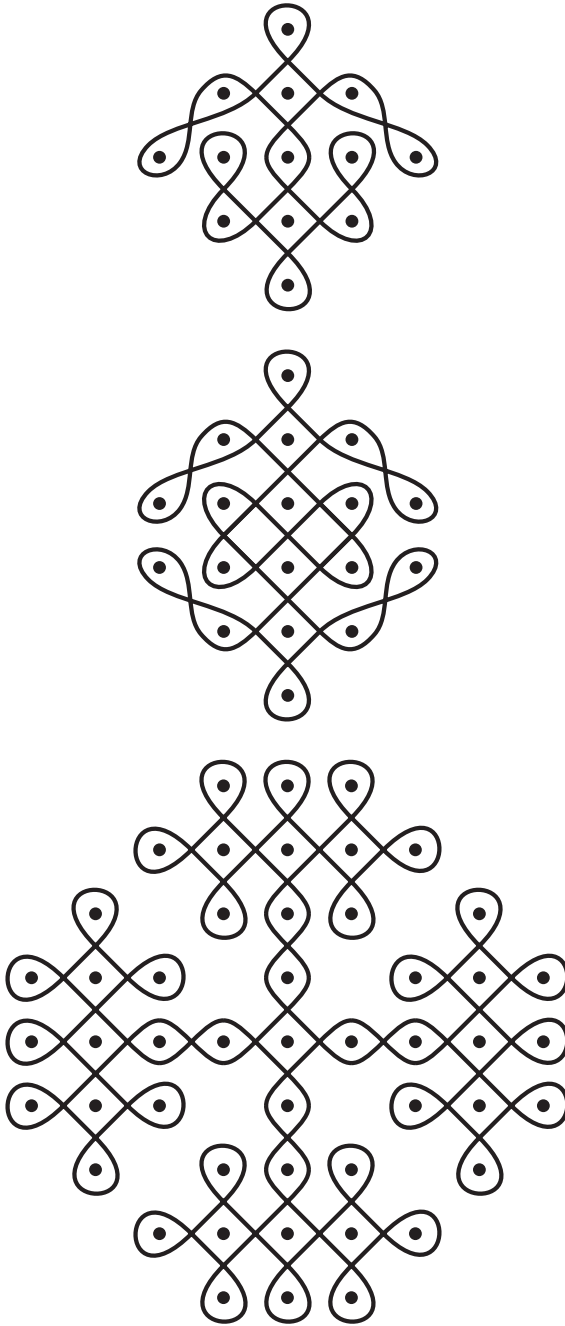
variante (vide a Figura 3.44) que não só é polilinear, como também perdeu a dupla simetria, tendo ficado apenas com uma simetria rotacional de 90° . Aparentemente, para o(s) autor(es) / desenhador(es) da referida coleção de brochuras, a monolinearidade constitui um valor a ser transmitido menos importante que no passado (cf. Layard, 1937).



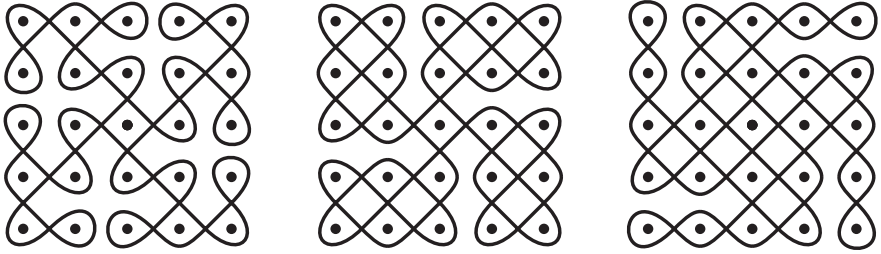
[K2, p. 2; K8, p. 4]

Figura 3.44

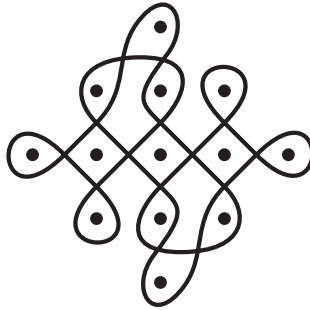
Na Figura 3.45 apresentam-se três *kolam* monolineares com simetria axial, e na Figura 3.46 três *kolam* monolineares com uma simetria rotacional de 90° . Um *kolam*, igualmente monilinear, mas com apenas uma simetria rotacional de 180° , é apresentado na Figura 3.47.



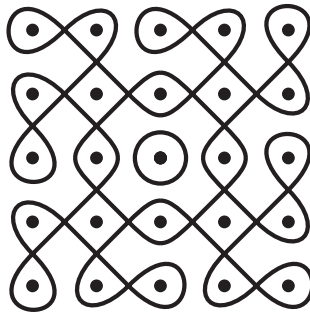
[K2, p. 9; K2, p. 9; K2, p. 19]
Figura 3.45



[K9, p. 18]
Figura 3.46

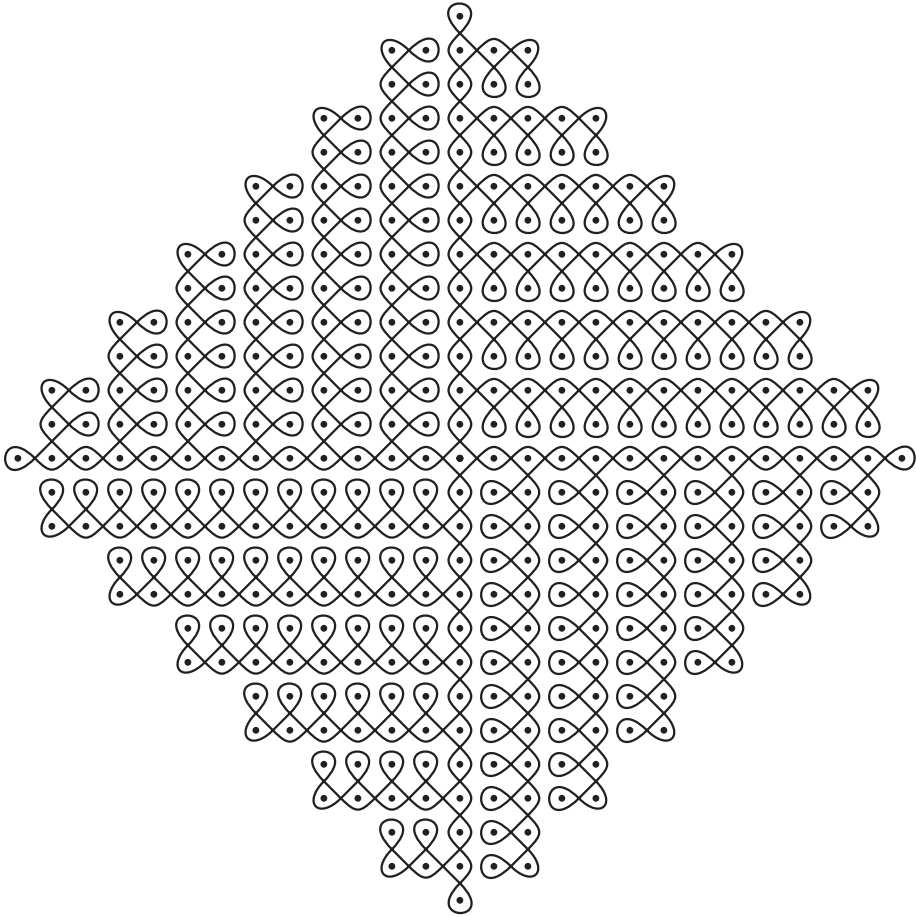


[K2, p. 9; K9, p8]
Figura 3.47



[KA, p. 12; K2, p. 9; K9, p. 8]
Figura 3.48

O *kolam* 3-linear apresentado na Figura 3.48 é muito parecido com o *lusona* que ilustra uma capoeira para o transporte de galinhas (cf. Vol. 1, Fig. 159): o quadrado no centro é curvilíneo em vez de rectilíneo e as figuras são verticalmente reflectidas.



[KA, p. 17]
Figura 3.49

Séries de padrões monolineares

Na Figura 3.49 apresenta-se um *kolam* monolinear com uma simetria rotacional de 90° ; o desenho é executado quadrante por quadrante. Este padrão constitui o sexto elemento duma série. Os dois primeiros elementos ilustram-se na Figura 3.50.

Na Figura 3.51 apresentamos dois *kolam* monolineares que constituem o segundo e o terceiro elemento duma série, da qual o conhecido *lusona* denominado *tshingelyengelye* é o primeiro elemento (vide a Figura 3.52; cf. Vol. 1, Fig. 70). O quarto elemento é ilustrado na Figura 3.53. Considerando, no entanto, os dois *kolam* apresentados

como primeiro e segundo elemento, então o *kolam* mostrado na Figura 3.54 – diferente da Figura 3.53 – pode constituir o elemento seguinte dessa nova série.

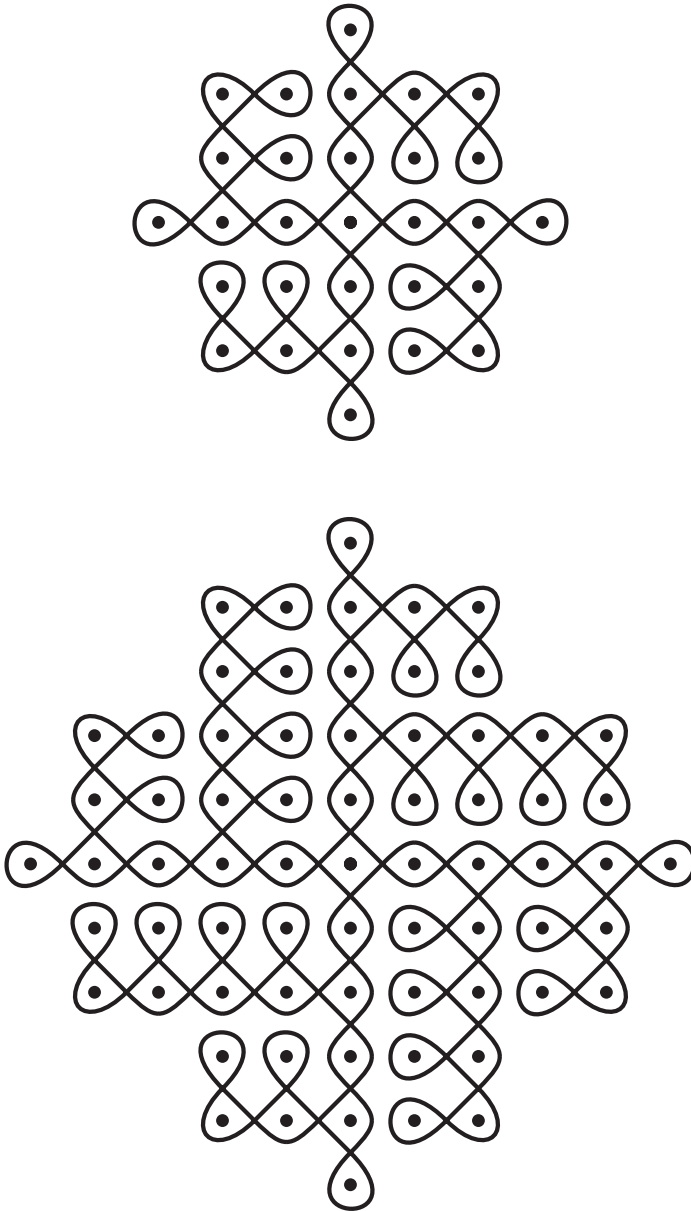
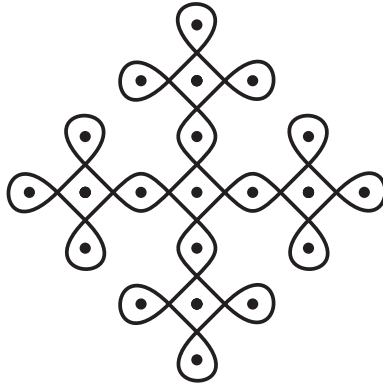
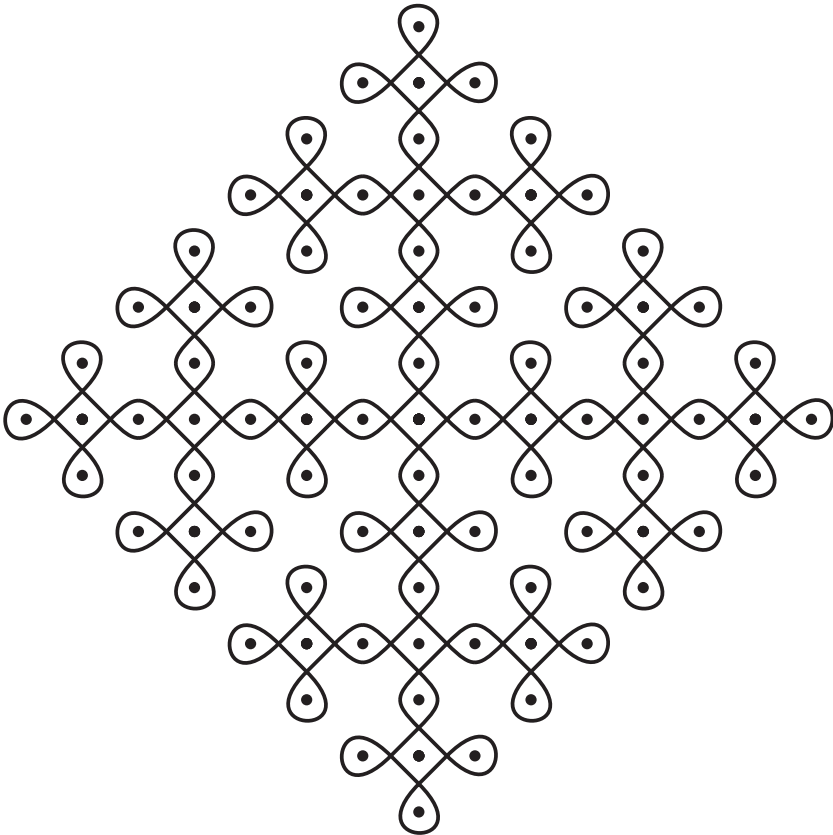


Figura 3.50



[Durai, 1929, p. 77; KA, p. 18; Layard, 1937, p. 164]

a



[K3, p. 18]

b

Figura 3.51

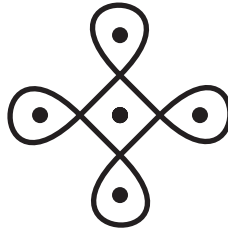


Figura 3.52

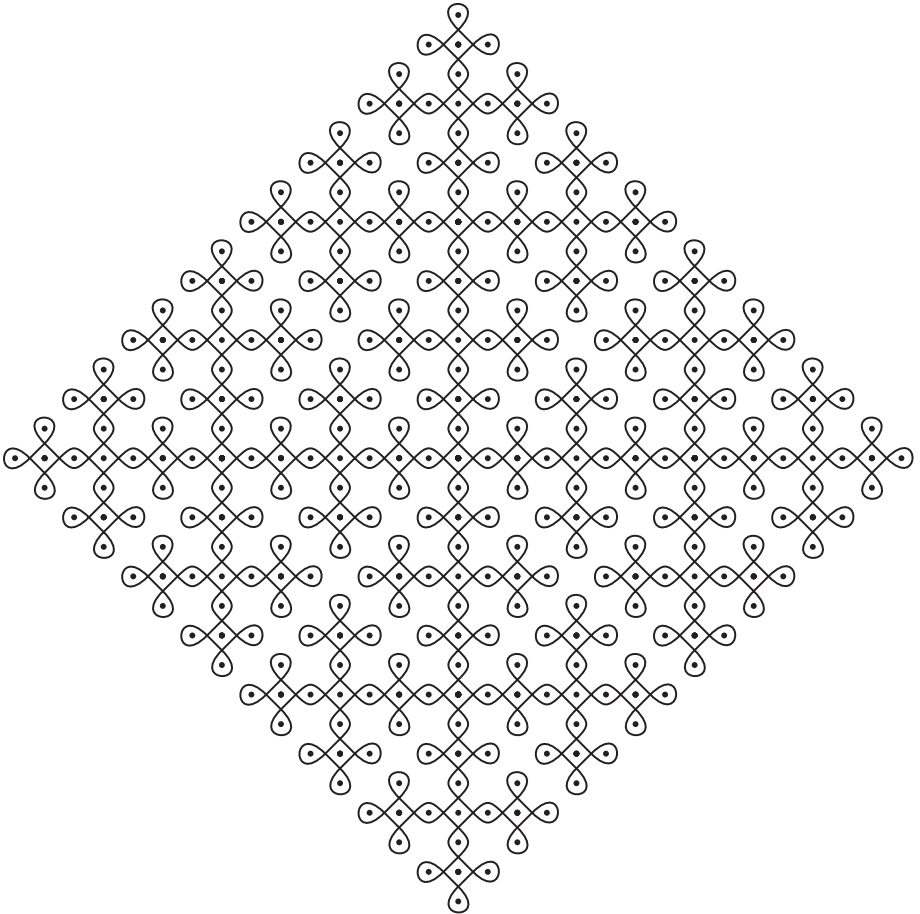
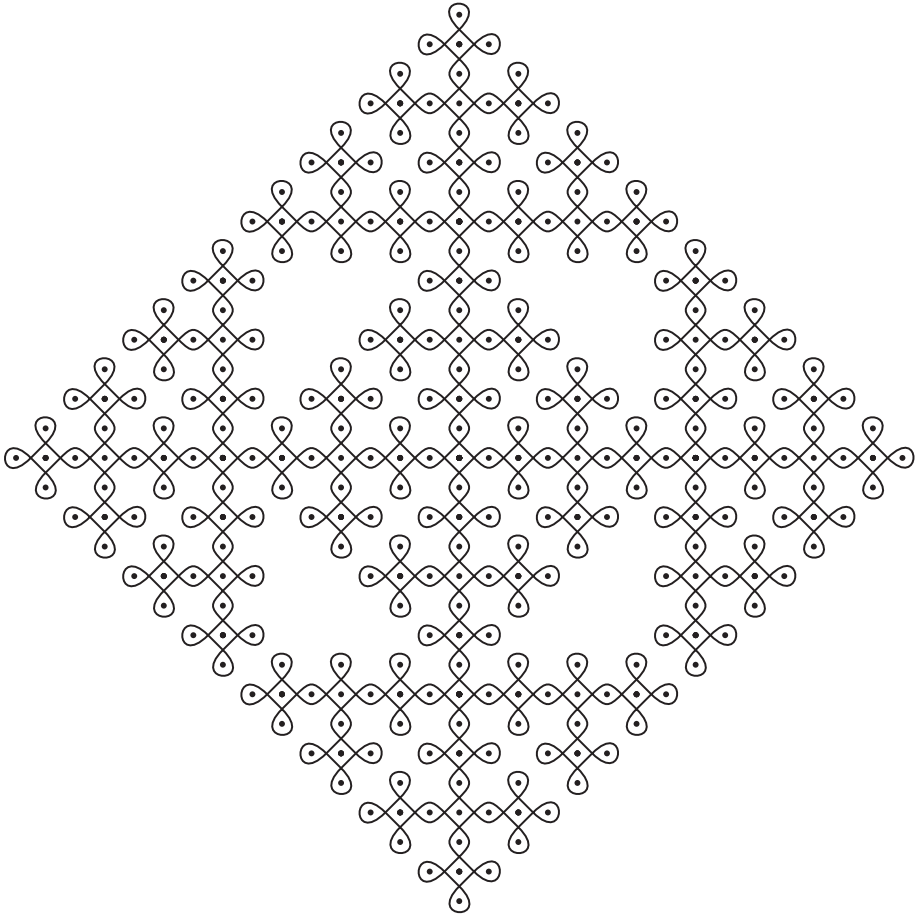


Figura 3.53



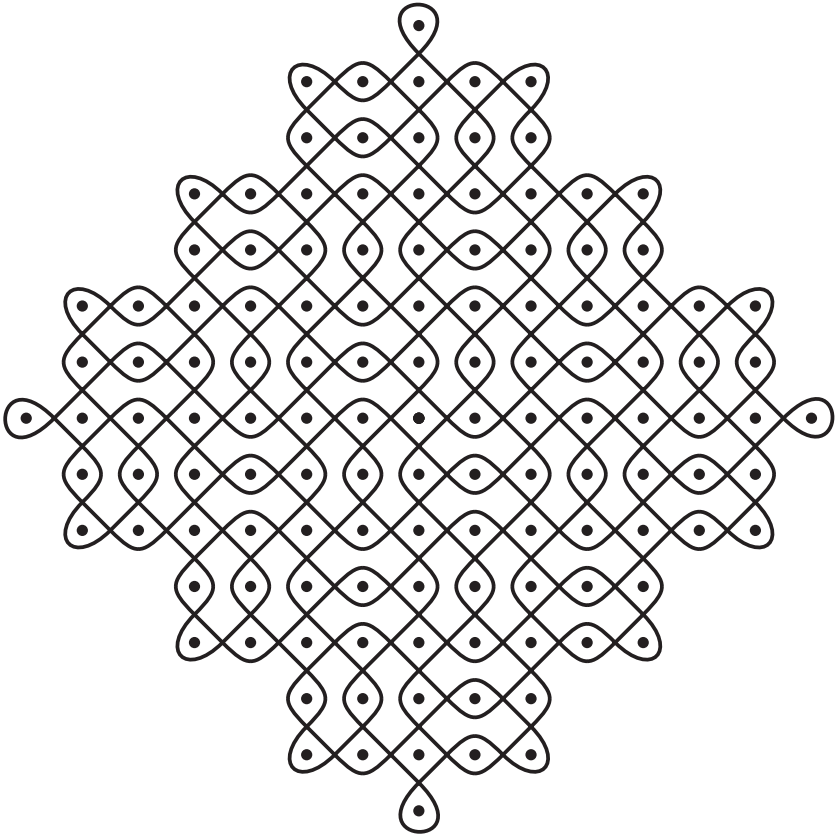
[K2, p. 6]
Figura 3.54

Confirmação de hipóteses

Padrão *pavitram*

A existência na tradição dos *kolam* do algoritmo por nós reconstruído para obter um padrão *pavitram* monolinear (vide a Figura 3.4) e aplicado para produzir toda uma série de motivos monolineares (vide as Figuras 3.24, 3.25, 3.26, 3.27, 3.35, 3.36 e 3.37), é confirmado pelo *kolam* monolinear reproduzido na Figura 3.55. É quase igual a um dos desenhos que incluímos no livro *Lusona: Recreações geométricas de África* (Gerdes, 1991, p. 69): ao último desenho faltam,

relativamente ao *kolam* da Figura 3.55, os quatro laços pequenos nas extremidades esquerda, superior, direita e inferior. O *kolam* constitui o terceiro elemento duma série. Na Figura 3.56 apresentam-se o primeiro e o segundo elemento.



[K2, p. 9]
 Figura 3.55

O mesmo algoritmo pode levar também a uma variante monolinear (vide a Figura 3.57) do *kolam* 9-linear apresentado na Figura 3.58. Talvez as duas variantes tenham coexistido: a versão polilinear mais simples, a ser executada por principiantes – ou num contexto em que o número de linhas é pouco importante –, e a versão monolinear apenas por desenhadores preparados e experientes. Ambas as variantes apresentam uma simetria rotacional de ordem 4; apenas a versão polilinear goza de simetrias axiais (quatro eixos).

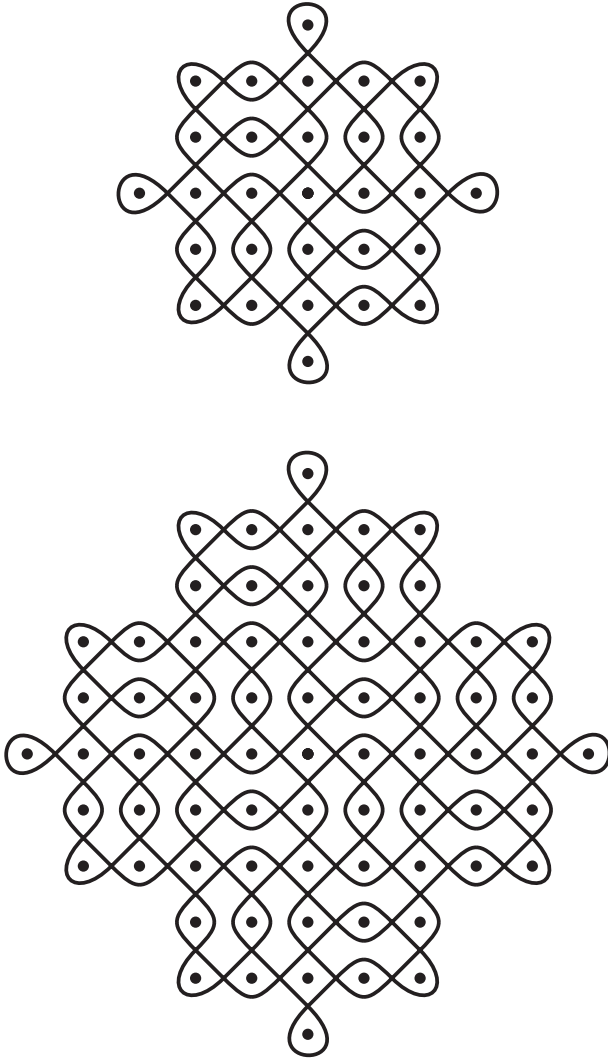


Figura 3.56

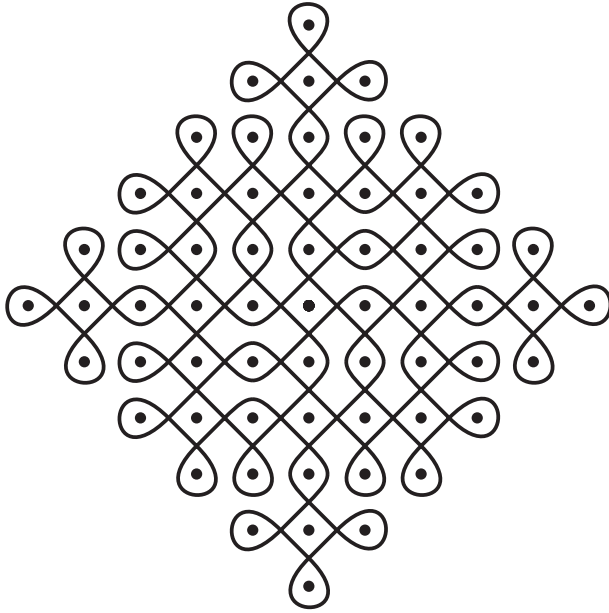
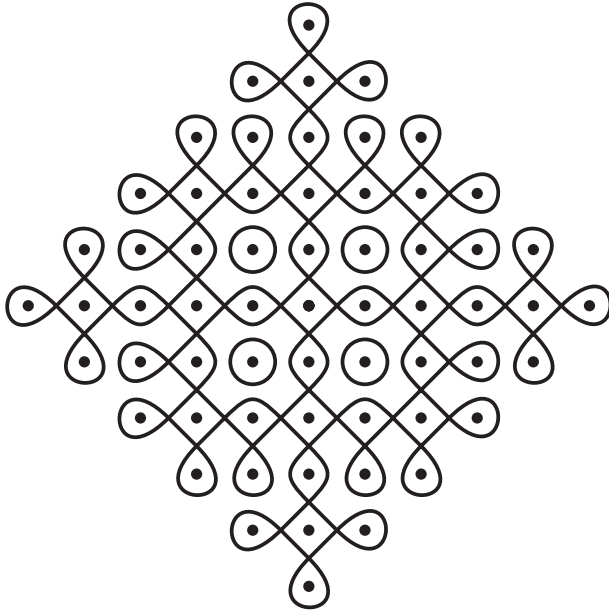


Figura 3.57



[K2, p. 10; K9, p. 10]
Figura 3.58

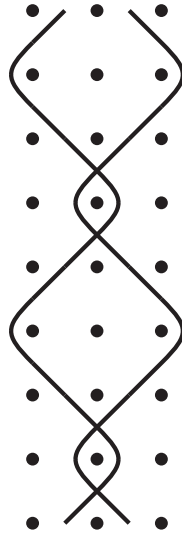


Figura 3.59

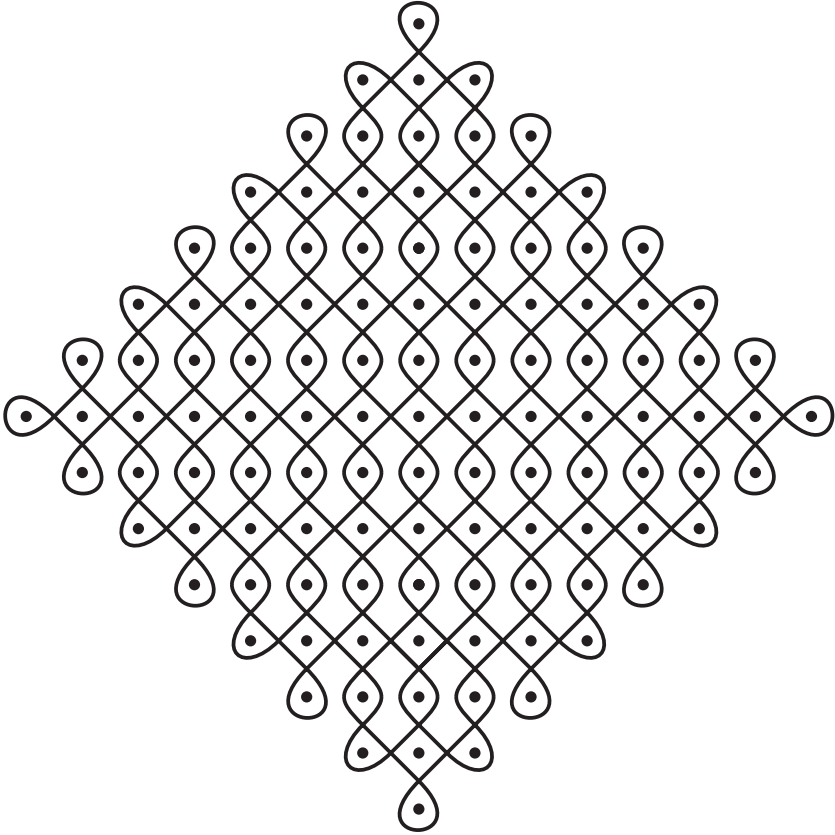
Nó de Brahma

O algoritmo por nós reconstruído na Figura 3.32 (vide o esquema na Figura 3.59) aparece de facto nos *kolam*, como mostra a Figura 3.60. Este desenho tem as mesmas dimensões que o nó de Brahma, reconstruído na Figura 3.33: quinze pontos numa diagonal. Apenas no rebordo os dois desenhos são diferentes.

Na Figura 3.61 mostram-se as versões com 7 e 11 pontos em cada diagonal, respectivamente. São igualmente monolineares. Quando se pretende aplicar o algoritmo no caso de 5, 9, 13, etc. pontos na diagonal, surgem desenhos polilineares. A Figura 3.62 ilustra o caso de 9 pontos na diagonal. Trata-se de um *kolam* composto por 7 linhas.

A Figura 3.63 mostra dois *kolam* parecidos, compostos por cinco linhas fechadas. Introduzindo quatro novos cruzamentos (cf. Figura 13), de tal modo que se mantenha a simetria dupla, obtém-se o padrão da Figura 3.64, em que de facto se aplica o mesmo algoritmo que é representado esquematicamente na Figura 3.59. Rodando a Figura 3.64 sobre um ângulo de 90°, observa-se que se trata do mesmo algoritmo que o do “estômago do leão” dos Cokwe (cf. vol. 1, Figuras 123 e 124; versão curvilínea). Na Figura 3.65 apresenta-se um *kolam* 17-linear

que de maneira análoga pode ser transformado num padrão monolinear.



[K2, p. 9; K9, p. 18]
Figura 3.60

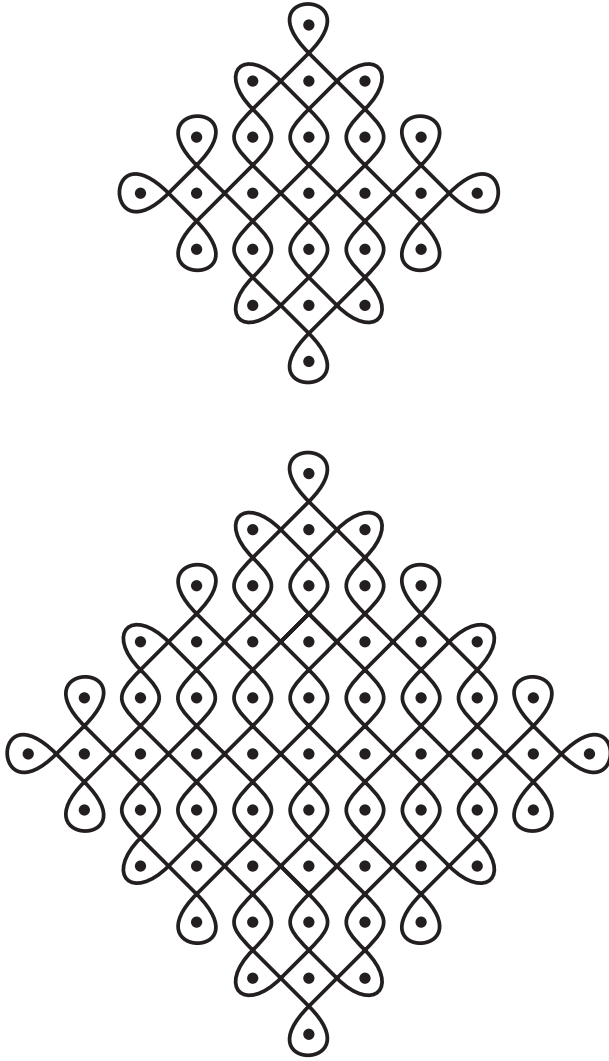
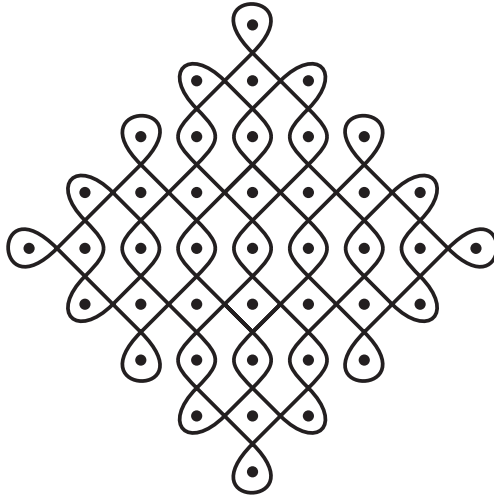
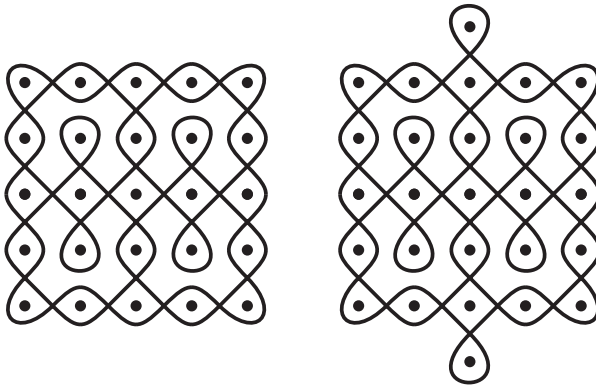


Figura 3.61



[K6, p. 22]
Figura 3.62



[KA, p. 17; K9, p. 18]
Figura 3.63

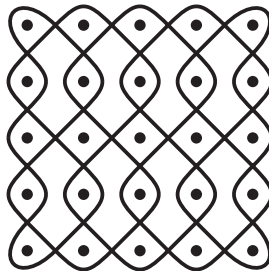
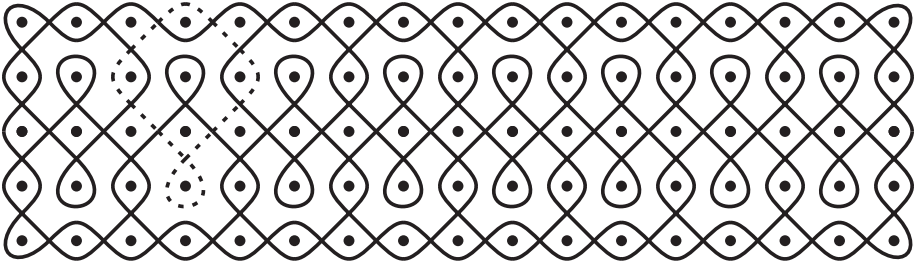
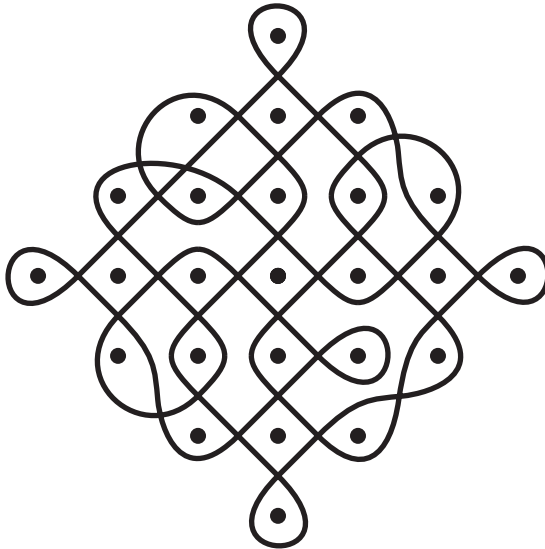


Figura 3.64



[K2, p. 16]
Figura 3.65



[K3, p. 23]
Figura 3.66

Mais um exemplo duma reconstrução

A Figura 3.66 mostra um *kolam* monolinar ao qual falta uma simetria rotacional global de 90° ; apenas no centro apresenta uma simetria rotacional local de 90° . Não nos parece o *kolam* original. Reconstituindo a simetria global, obtemos dois possíveis originais (vide a Figura 3.67). Surpreendentemente, o segundo é igual à Figura 3.35.

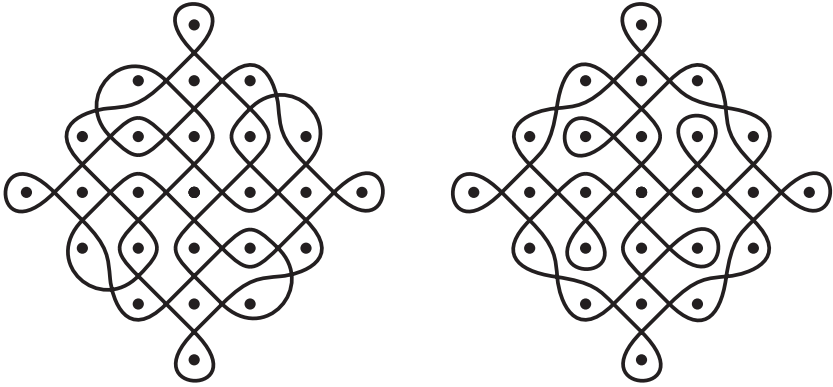
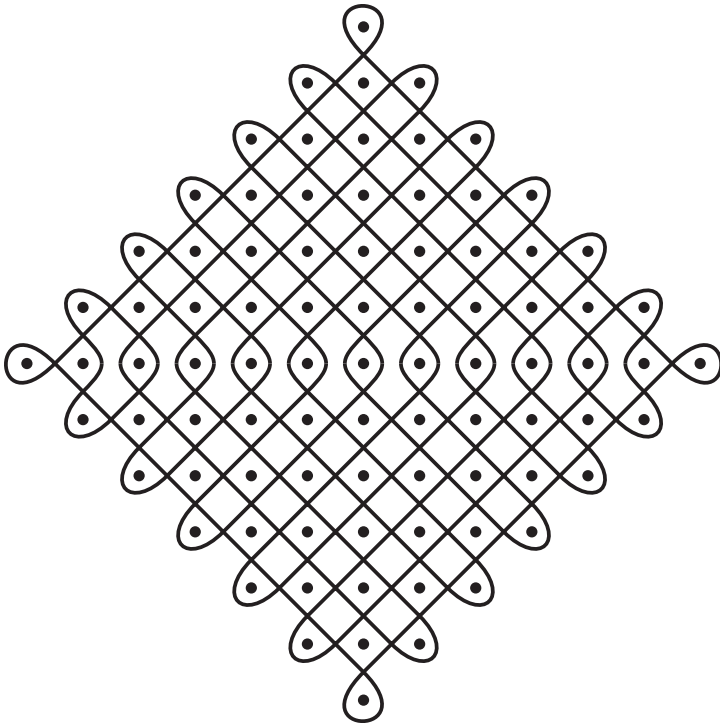


Figura 3.67



[K8, p. 22]
Figura 3.68

Simetria e monolinearidade: possível conflito de valores

Como vimos no estudo dos sona, os valores de simetria e monolinearidade nem sempre são compatíveis. O *kolam* na Figura 3.68 apresenta uma simetria dupla, mas é polilinear: composto por onze

linhas. Em ambas as diagonais tem 13 pontos. Se numa das suas diagonais tivesse, em contrapartida, 14 pontos, o padrão tornar-se-ia monolinear, perdendo, no entanto, um eixo de simetria (vide a Figura 3.69). Alterando ligeiramente o algoritmo podemos, neste caso, recuperar a simetria dupla, sem perder a monolinearidade, como mostra a Figura 3.70.

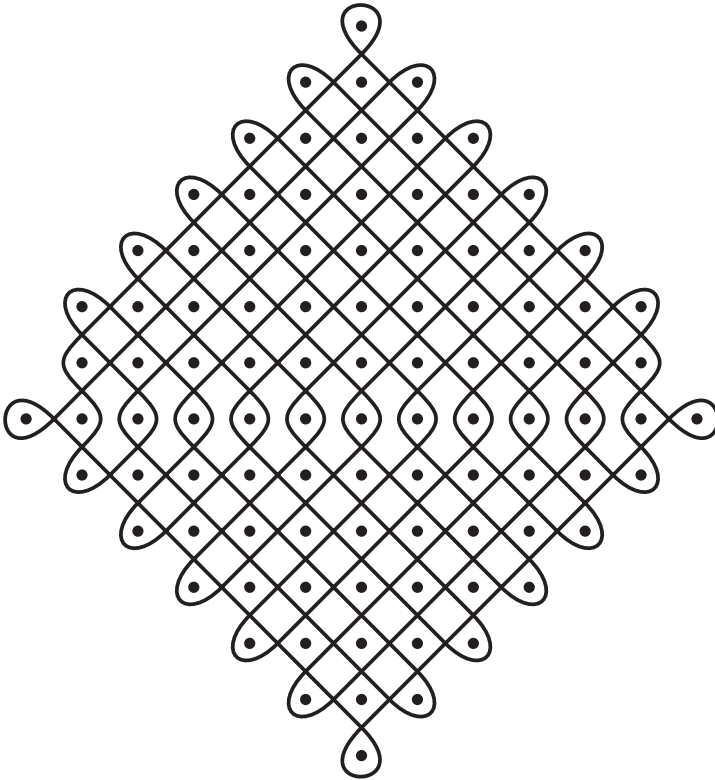


Figura 3.69

Grande parte dos desenhos *kolam* apresentados nas seis brochuras consideradas é simétrica e polilinear: polilinear porque as simetrias desejadas ou as dimensões não facilitem monolinearidade, ou porque se prefere um algoritmo simples, em que se repete por diversas vezes um elemento de base.

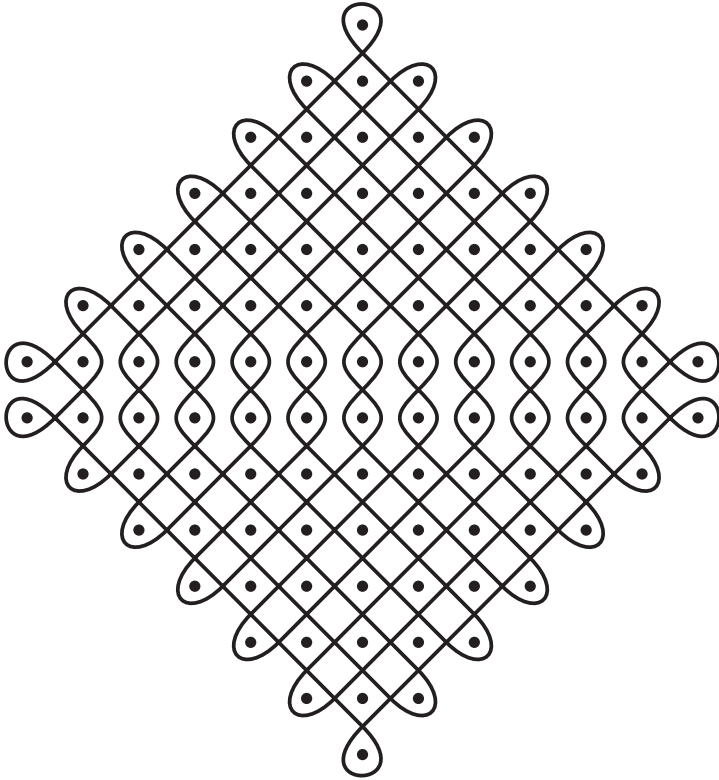


Figura 3.70

Degradação ou coexistência

Na primeira parte deste capítulo apresentámos a tese de que grande parte dos desenhos polilineares relatados por Layard eram versões degradadas de desenhos originalmente monolineares. É, de facto, possível. Uma outra hipótese sugerida ao analisar as seis brochuras com desenhos *kolam*, reside na suposição da coexistência de várias tradições e vários níveis de conhecimento, por exemplo, desenhos polilineares com algoritmos relativamente simples, conhecidos por mais pessoas, e desenhos monolineares mais complicados, conhecidos por especialistas, tal como no caso dos “*akwa kuta sona*”. Esta “degradação ou coexistência” pode variar de zona e de período, e merece um estudo mais aprofundado.